

UNIVERSITÉ DE MONASTIR

Ecole Nationale
d'Ingénieurs de Monastir



THESE

Présentée en vue de l'obtention du titre de

**DOCTEUR DE L'ECOLE NATIONALE D'INGENIEURS
DE MONASTIR**

Spécialité : **GENIE ENERGETIQUE**

par

Ahmed BOUTOUB

Sujet :

**Echanges Radiatifs dans un Four Chauffé
par la Combustion de Particules Solides Pulvérisées**

Soutenue le 08 Septembre 2007 devant le jury composé de

Mr H. MHIRI
Mr N. BOUKADIDA
Mr E. SEDIKI
Mr K. CHARRADA
Mr M. SASSI
Mr H. BENTICHA

Président
Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Encadreur
Invité

A la mémoire de mon père

A ma mère

A mes frères et sœurs

A tout ceux qui me sont chers

Remerciements

Le présent travail a été effectué au sein du Département Génie Energétique de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Monastir, dans le Laboratoire d'Etudes des Systèmes Thermiques et Energétiques (**L.E.S.T.E.**), sous la direction de Monsieur **Mohamed SASSI**, Professeur à Petroleum Institute d'Abu Dhabi.

Je tiens tout d'abord à exprimer ma profonde gratitude et mes sincères remerciements à mon directeur de thèse, Monsieur **Mohamed SASSI**, Professeur à Petroleum Institute d'Abu-Dhabi, qui a dirigé ma thèse avec compétences et sérieux. Avec des remerciements aussi sincères, j'exprime ma reconnaissance à Monsieur **Hmaïed BEN TICHA**, Maître de Conférences à l'Ecole Préparatoire aux Académies Militaires de Sousse, qui a co-encadré ma thèse et qui a fait tout ce qu'il fallait pour que je me sente bien encadré au sein de l'équipe. Qu'il me soit permis de leurs exprimer ma profonde reconnaissance pour m'avoir prodigué leurs enseignements, leurs conseils et idées éclairantes ainsi que pour la confiance qu'ils m'ont accordée tout au long de cette étude, et dont ils ont guidé les principales orientations et suivi avec beaucoup de bienveillance les étapes de ces travaux.

Je remercie chaleureusement Monsieur **Hatem MHIRI**, Professeur à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Monastir, qui me fait l'honneur de présider ce jury de thèse et d'avoir accepté d'examiner et juger ce travail.

Je remercie vivement Monsieur **Noureddine BOUKADIDA**, Professeur à l'Institut Supérieur des Sciences Appliquées et Technologie de Sousse, et Monsieur **Ez Eddine SEDIKI**, Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Tunis, pour avoir accepté d'être rapporteurs de ce travail. Je les remercie pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail, pour l'utilité des remarques qu'ils m'ont faites ainsi que pour leurs participations au jury.

Je remercie également Monsieur **Kamel CHARRADA**, Maître de Conférences à l'Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs de Monastir, pour avoir bien voulu me faire l'honneur d'examiner ce travail et de participer au jury.

Je dois aussi faire part du grand plaisir que j'ai eu à travailler avec Monsieur **Gérard JEANDEL**, Professeur à l'Ecole Supérieure des Sciences et Technologies de l'Ingénieur de Nancy, et Monsieur **Fatmir ASLLANAJ**, Chercheur CNRS au **LEMETA** pendant un mois à Nancy. Cela a été une expérience formidable.

Je remercie aussi Monsieur **Hazem ETTOUATI**, Assistant à l'Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs de Nabeul, qui m'a été d'un grand concours et qui m'a aidé tout au long de ce travail.

Mes remerciements vont également à **Nuray KAYAKOL**, Docteur de The Middle EAST Technical University, qui m'a aidé par son expérience et ses conseils et qui m'a fourni une bonne documentation. Qu'elle trouve dans ces mots l'expression de mes remerciements.

Je tiens à adresser de grands remerciements à **Mehdi BEN FTIMA**, ancien polytechnicien de l'Ecole Polytechnique de Tunis et ancien de l'Ecole Polytechnique de Montréal, qui n'a cessé de me fournir la documentation nécessaire tout au long de cette recherche.

Je tiens aussi à adresser les mêmes remerciements à **Mouin ROUATBI**, Docteur de l'Ecole Nationale Supérieure des Industries Agricoles et Alimentaires de Paris, qui m'a accueilli en France malgré l'état de santé de son genou et qui m'a aussi aidé à avoir un bouquin important pour ma recherche.

Enfin je remercie tous les doctorants et collègues de l'équipe de recherche, **Chekib, Mohamed, Mohamed-Ali, Mohamed Issam, Sonia, Alexandre, Hichem** et **Sami** qui ont été mes accompagnants de bureau et qui ont apporté une bonne ambiance et beaucoup de chaleur le long de la préparation de cette thèse, merci beaucoup pour tout le soutien qu'ils m'ont apporté.

Ahmed

Sommaire

Introduction générale	1
Chapitre 1 : ANALYSE ET MISE EN ÉQUATIONS DU TRANSFERT RADIATIF DANS UN MILIEU PARTICIPANT	6
1.1 Introduction	6
1.2 Transfert radiatif dans un milieu participant ou semi transparent	8
1.2.1 Atténuation de la luminance par absorption et par diffusion	9
1.2.2 Amplification de la luminance par émission et par diffusion entrante	9
1.3 Équation de transfert radiatif et conditions aux limites	11
1.4 Divergence du flux radiatif	13
1.5 Méthodes de résolution de l'Équation de Transfert Radiatif ...	15
1.5.1 Méthode des zones	16
1.5.2 Méthode Monte-Carlo	17
1.5.3 Méthode des Flux	17
1.5.4 Méthode des Transferts Discrets	18
1.5.5 Méthode des Harmoniques Sphériques	19
1.5.6 Méthode des Ordonnées Discrètes	20
1.5.7 Méthode des Volumes Finis	22
1.6 Conclusion du chapitre	23

Chapitre 2 : METHODE DES VOLUMES FINIS POUR LE CALCUL DU TRANSFERT RADIATIF	25
2.1 Introduction	25
2.2 Formulation mathématique et discrétisation	26
2.2.1 <i>Discrétisation du domaine géométrique</i>	27
2.2.2 <i>Discrétisation angulaire</i>	28
2.2.3 <i>Définition de la direction angulaire</i>	28
2.2.4 <i>Formulation mathématique</i>	29
2.2.5 <i>Procédure de résolution</i>	34
2.3 Résultats et discussion	35
2.3.1 <i>Validations: milieux non diffusifs</i>	35
a- Cylindre isotherme	35
b- Cylindre non isotherme ayant un profil axial de température qui varie linéairement	37
c- Four cylindrique ayant un profil de température qui présente un maximum près du centre	38
d- Four cylindrique expérimental de l'IFRF	39
2.3.2 <i>Validations: milieux diffusifs</i>	42
a- Milieu cylindrique purement diffusif	43
b- Milieu cylindrique non homogène diffusif	45
c- Four cylindrique ayant un profile de température qui présente un maximum près du centre	49
2.4 Application de la Méthode des Volumes Finis pour le cas d'un prototype d'un brûleur d'une turbine à gaz	50
2.5 Conclusion du chapitre	54
Chapitre 3 : TRANSFERT RADIATIF DANS UN MILIEU DIPHASIQUE	56
3.1 Introduction	56
3.2 Différentes approches des écoulements diphasiques	57

3.3	Mise en équations du problème considéré	58
3.3.1	<i>Equations de conservation</i>	58
	Équations de conservation de la masse	58
	Équations de conservation de la quantité de mouvement	58
	Équation de conservation de l'énergie dans la phase gazeuse	59
	Équation de conservation de l'énergie dans la phase solide	59
	Équation de conservation du nombre de particules	59
3.3.2	<i>Équation de Transfert Radiatif dans un Milieu Diphasique</i>	59
3.4.	Méthodes Numériques	62
3.4.1	<i>Ecriture des équations discrétisées</i>	62
3.4.2	<i>Notion de maillages décalés</i>	65
3.4.3	<i>Correction des vitesses et de la pression</i>	67
3.5.	Organigramme de résolution	69
3.6.	Présentation des cas tests de validations	70
3.7.	Application à l'écoulement d'un mélange gaz-particules dans un canal cylindrique	73
3.7.1	<i>Effet du rayonnement sur la température dans le milieu</i>	74
3.7.2	<i>Effet des propriétés radiatives</i>	76
3.7.3	<i>Effet de la fonction de phase</i>	78
3.7.4	<i>Effet de la distribution des particules</i>	81
3.8.	Conclusion du chapitre	84
Chapitre 4 : TRANSFERT RADIATIF DANS UN MILIEU NON GRIS		85
4.1	Introduction	85
4.2	Modèle de la Somme Pondérée de Gaz Gris (WSGG)	89
4.2.1	<i>Description du modèle</i>	89

4.2.2	<i>Modifications apportées à l'équation de transfert radiatif</i>	92
4.3	Résultats et discussions	93
4.3.1	<i>Validation sur des configurations monodimensionnelles</i>	93
4.3.2	<i>Validation sur une configuration bidimensionnelle</i>	102
4.4	Application du modèle WSGG au Prototype d'un Brûleur d'une Turbine à Gaz (PBTG)	105
4.5	Conclusion du chapitre	107
Chapitre 5 : APPLICATION : PRÉDICTION NUMÉRIQUE DU TRANSFERT RADIATIF DANS UN FOUR CHAUFFÉ PAR LA COMBUSTION DU CHARBON PULVÉRISÉ		108
5.1	Introduction	108
5.2	Description du four	109
5.3	Données expérimentales	109
5.3.1	<i>Températures sur les parois latérales</i>	109
5.3.2	<i>Températures des gaz</i>	109
5.3.3	<i>Températures des particules solides</i>	110
5.3.4	<i>Densité de particules</i>	110
5.4	Résultats et discussions	113
5.4.1	<i>Étude du cas non particulaire</i>	113
5.4.2	<i>Étude du cas particulaire</i>	114
5.4.3	<i>Effet des fluctuations des températures</i>	118
5.5	Conclusion du chapitre	120
Conclusion générale et perspectives		121
Références bibliographiques		124
Annexes		

Nomenclature

Nomenclature

A_p	Aire d'une surface de particule	$[m^2]$
$a_{\varepsilon,i}$	Coefficients (ou facteurs) de pondération d'émission	
$a_{\alpha,i}$	Coefficients (ou facteurs) de pondération d'absorption	
C	Chaleur massique	$[J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$
d	Diamètre	$[m]$
D_i^m	Poids directionnels	
G	Flux radiatif incident	$[W \cdot m^{-2}]$
h	Coefficient de transfert convectif	$[W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$
I	Luminance	$[W \cdot m^{-3} \cdot str^{-1}]$
N_g	Nombre de gaz gris	
N_p	Densité du nombre de particules	$[m^{-3}]$
Nu	Nombre de Nusselt	
N_R	Paramètre conduction/rayonnement $(\lambda\beta / \sigma T_w^3)$	
$\dot{m}_p$	Débit des particules	$[kg \cdot m^{-3}]$
n	Indice de réfraction	
$\vec{n}_i$	Vecteur unitaire normal à la face i du volume de contrôle	
P	Pression	$[Pa]$
P	Polynômes de Legendre	
Pr	Nombre de Prandtl	
Q	Facteur d'efficacité	
q^R	Flux radiatif	$[W \cdot m^{-2}]$
r, z	Coordonnées cylindriques	$[m]$
$\vec{r}$	Vecteur position	$[m]$

Re	Nombre de Reynolds	
s	Chemin parcouru par un rayon lumineux	[m]
$\vec{s}$	Vecteur unitaire directionnel	
T	Température	[K]
u, v	Vitesses axiale et radiale	[m·s ⁻¹]
U _{in}	Vitesse d'injection	[m·s ⁻¹]
X _p	Fraction volumique des particules	
x	Paramètre de taille des particules	

Symboles grecques

$\alpha^{m\pm 1/2}$	Coefficients du terme de redistribution angulaire	
β	Coefficient d'extinction	[m ⁻¹]
ΔA	Air de la surface des faces du volume de contrôle	[m ²]
ΔV	Élément de volume	[m ³]
$\Delta \Omega$	Angle solide élémentaire	[str]
ε	Émissivité	
Φ	Fonction de phase de diffusion	
κ	Coefficient d'absorption	[m ⁻¹]
λ	Conductivité thermique	[W·m ⁻¹ ·K ⁻¹]
λ	Longueur d'onde	[m]
μ	Viscosité dynamique	[kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹]
Θ	Angle de diffusion	[rad]
θ, ϕ	Angles polaire et azimutal	[rad]
ρ	Masse volumique	[kg·m ⁻³]
σ	Constante de Stefan-Boltzmann ($\sigma=5,667 \cdot 10^{-8}$)	[W·m ⁻² ·K ⁻⁴]
σ_s	Coefficient de diffusion	[m ⁻¹]
τ	Épaisseur optique	
τ	Transmissivité	
ω	Albédo de diffusion	

Indices

abs	Absorption
b	Corps noir
c	Cendre
ch	Charbon brut
ch_a	Charbon actif
ext	Extinction
g	Gaz
i	Faces du volume de contrôle (est, ouest, nord, sud)
in	Entrée d'un volume de contrôle selon une direction discrète
J	Nœuds voisins au nœud P(Est, Ouest, Nord, Sud)
out	Sortie d'un volume de contrôle selon une direction discrète
P	Particule
r	Radial
sca	Diffusion
w	Paroi

Exposants

m, m'	Directions
R	Radiatif
+, -	Limites de l'angle de contrôle

Introduction Générale

Introduction Générale

Motivation

Le transfert radiatif trouve son importance dans plusieurs applications industrielles, particulièrement dans les systèmes de combustion tels que les fours, les chaudières, les chambres de combustion des moteurs et des turbines à gaz, ...etc. Il est parfois le mode de transfert de chaleur dominant comme dans le cas de la combustion du charbon pulvérisé (Viskanta et Mengüç 1987 ; Mengüç et Viskanta 1987 ; Pessoa-Filho et Cotta 1996). Cette domination vient du fait que le transfert de chaleur par rayonnement dépend fortement de la température (portée à la puissance 4) qui est déjà élevée dans ces systèmes de combustion. Par ailleurs, et en plus de cette dépendance fortement non linéaire de la température, la nature directionnelle du rayonnement thermique rend son étude très complexe, particulièrement lorsqu'il s'agit d'un milieu particulière réactif tel que le cas de la combustion du charbon pulvérisé. En effet, dans les applications industrielles, la combustion des gaz, des liquides ou des particules solides engendre des milieux semi transparents (participants) avec des températures très élevées. Dans ces milieux, en plus des échanges radiatifs surfaciques, le rayonnement thermique présente un caractère volumique où un élément de volume peut atténuer ou renforcer le transfert radiatif. En conséquence, l'étude du rayonnement thermique dans ces milieux fait appel à la résolution d'une équation intégral-différentielle, appelée Equation de Transfert Radiatif (ETR). La résolution de cette équation permet d'obtenir la distribution du flux radiatif dans le milieu et de sa divergence. Ce dernier représente le terme de couplage du rayonnement thermique avec les autres modes de transfert dans un écoulement puisqu'il représente le terme source radiative dans l'équation de conservation de l'énergie.

Par ailleurs, les performances énergétiques et environnementales des systèmes de combustion dépendent fortement de la température. En effet, une variation de quelques dizaines de degrés peut engendrer une diminution ou une augmentation importante dans l'émission des polluants. Ainsi, avec l'augmentation sans cesse des prix du combustible et

avec les nouvelles normes concernant l'environnement, l'ajustement des paramètres de bon fonctionnement de ces systèmes envers le rendement énergétique et envers l'environnement, nécessite alors une bonne prédiction des transferts de chaleur dans ces systèmes. L'étude du transfert radiatif dans ces systèmes est ainsi importante.

Approche

D'une manière générale, il existe trois approches différentes, mais qui sont reliées, dans l'étude du rayonnement thermique. Il s'agit d'une approche microscopique, une approche physique et une approche macroscopique. Basée sur une modélisation moléculaire et à l'aide de la mécanique quantique, la première approche fournit les indices optiques complexes du milieu. Dans la seconde, le rayonnement est considéré comme étant une onde électromagnétique. En définissant le domaine de l'étude et en utilisant les indices optiques complexes du milieu, la résolution des équations de Maxwell fournit les propriétés radiatives macroscopiques du milieu: les coefficients d'absorption et de diffusion. La troisième approche consiste à utiliser les propriétés radiatives macroscopiques du milieu, et moyennant le champ de température et les conditions aux limites, l'établissement d'un bilan d'énergie radiative peut fournir la distribution de l'intensité radiative ainsi que sa divergence. Dans ce travail, nous avons choisi cette dernière approche parce qu'elle est la plus adéquate en écoulement et en combustion. En effet, lorsqu'on dispose des propriétés radiatives et de la distribution du champ de température dans le milieu, la prédiction des transferts radiatifs devient possible par la résolution de l'équation de transfert radiatif.

Propriétés radiatives des gaz et des particules

Comme pour les solides, les gaz peuvent absorber et émettre l'énergie radiative. En effet, à l'échelle microscopique, les molécules qui constituent un gaz possèdent une certaine quantité d'énergie cinétique (mouvement de translation) et d'énergie interne (niveaux d'énergie, énergie de vibration et énergie de rotation). Ainsi, une molécule peut absorber un photon, et donc augmenter son énergie interne, comme elle peut émettre un photon, et donc diminuer son énergie interne. En rayonnement thermique, les gaz qui contribuent au transfert sont ceux composés de molécules asymétriques comme le H_2O , CO_2 , CO , SO_2 et les hydrocarbures H_nC_m . Dans les applications de combustion, les gaz les plus intéressants en rayonnement sont le H_2O et CO_2 . Les autres gaz, comme le CO , le SO_2 et le NO , sont

présents en faibles concentrations et par conséquent leur participation au transfert radiatif est faible. Le H_2O et CO_2 contribuent aussi fortement au transfert radiatif dans l'atmosphère terrestre. Ainsi, plusieurs études ont été menées pour déterminer les propriétés radiatives de ces gaz et de leurs mélanges. Soufiani et Taine (1999) ont étudiés différentes espèces gazeux (H_2O , CO_2 , CO) en fournissant des mesures spectroscopiques pour ces gaz à hautes températures. Plusieurs autres chercheurs se sont intéressés pour modéliser les propriétés radiatives des gaz. Les modèles raie par raie [Line by Line (LBL)] (Ozisik, 1973 ; Farias et Carvalho, 1998; Pierrot et al., 1999 ; Solovjov et Webb, 2005), les modèles de bandes [SNB, EWB, SNB-CK] (Goody et al., 1989 ; Soufiani et al., 1997 ; Lacis et Oinas, 1991 ; Liu et al., 2000 ; Ströhle et Coelho, 2002) et Les modèles globaux [WSGG, SLW, ADF, ADF-FG] (Hottel et Sarofim, 1967 ; Modest, 1991 ; Soufiani et Djavidan, 1994 ; Denison et Webb, 1995 ; Yang et Song, 1999 ; Pierrot et al., 1999a, 1999b).

Lorsque le milieu est particulaire, les particules contribuent au transfert radiatif par absorption et par diffusion. Lorsque la diffusion est indépendante, comme considéré dans ce travail, les contributions au rayonnement thermique d'un grand nombre de particules, sont simplement additives. Dans un but de simplification de l'étude, nous supposons que les particules sont sphériques. Les propriétés radiatives des particules dépendent alors dans ce cas de leur nombre, de leur taille et leur facteurs d'efficacité d'absorption et de diffusion. Les coefficients de diffusion et d'absorption des particules s'écrivent, respectivement :

$$\sigma_{s\lambda} = \pi a^2 N_T Q_{sca}$$

$$\kappa_{s\lambda} = \pi a^2 N_T Q_{abs}$$

où a représente la taille des particules, N_T est leur nombre et Q_{sca} et Q_{abs} représentent les facteurs d'efficacité d'absorption et de diffusion, respectivement. Ces facteurs dépendent de l'indice complexe de réfraction et du paramètre de taille des particules. Une étude détaillée de ces propriétés est présentée par Modest (2003).

Méthodes de résolution

Historiquement, la résolution de l'équation de transfert radiatif a fait l'objet de plusieurs travaux de recherche. A cause de sa nature intégral-différentielle et sa complexité mathématique, la solution analytique de l'équation de transfert radiatif n'est possible que

dans des conditions très simples: milieu gris, isotherme, non diffusif et avec des coefficients d'absorptions constants et uniformes. La simulation numérique se présente alors comme étant un moyen fiable pour résoudre à moindre coût cette équation, et effectuer le couplage avec les équations qui régissent les écoulements réactifs. Les méthodes les plus utilisées dans le couplage du rayonnement thermique avec les codes de calcul des écoulements de fluides sont essentiellement les méthodes d'approximation de la solution. On distingue la Méthode des Flux (Schuster, 1905 ; Schwarzschild, 1906), la Méthode des Transferts Discrètes (Lockwood et Shah, 1981 ; Jeng et Faeth, 1984 ; Fiveland et Wessel, 1988), la Méthode des Harmoniques Sphériques (Bayazitoglu et Higenyi, 1979; Ratzel et Howell, 1983; Mengüç et Viskanta, 1985, 1986) et la Méthode des Ordonnées Discrètes (Khalil et Truelove, 1977 ; Fiveland, 1982). Une méthode basée sur l'approche volumes finis pour la discrétisation spatiale et angulaire a été développée par Raithby et Chui (1990) et Chai et al. (1994). Elle est appelée Méthode des Volumes Finis pour le transfert radiatif et elle est de plus en plus utilisée pour étudier le transfert radiatif. Ce dernier modèle est choisi dans ce travail pour être l'outil numérique à implémenter pour l'étude du transfert d'énergie par rayonnement et pour coupler ce mode aux autres modes de transfert.

Objectif

L'objectif du travail présenté dans ce mémoire consiste à développer un outil numérique capable de prédire les transferts radiatifs dans un four cylindrique chauffé par la combustion de particules solides pulvérisées, et qui s'adapte avec les codes de calcul numérique des écoulements réactifs avec l'approche volumes finis. Cet outil permettra la résolution de l'équation de transfert radiatif dans un cas général d'un milieu absorbant, diffusif, non gris et qui peut être chargé de particules. Ainsi, nous pourrons déduire la distribution des luminances, du flux radiatif et de sa divergence dans le milieu. Le choix de la configuration cylindrique vient du fait qu'elle est très utilisée dans les applications industrielles de combustion.

Dans le premier chapitre de ce mémoire, nous décrivons brièvement les phénomènes physiques sur lesquels se base le transfert radiatif dans un milieu semi transparent et qui sont à l'origine de l'établissement de l'équation de transfert radiatif. Nous décrivons également les différentes méthodes de résolution de cette équation dans un tel milieu.

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation de l'approche utilisée et de la méthode numérique adoptée pour la résolution de l'équation de transfert radiatif, à savoir la Méthode des Volumes Finis (MVF). Les développements nécessaires à l'implémentation de cette méthode ainsi que la validation de l'outil numérique sont également présentés.

Dans le troisième chapitre nous analysons le transfert radiatif dans un milieu diphasique (gaz/particules). Dans ce chapitre, et dans une première partie, nous appliquons la Méthode des Volumes Finis pour étudier l'effet du rayonnement thermique dans un écoulement de Poiseuille chargé de particules solides. Dans une deuxième partie de chapitre nous étudierons le transfert radiatif dans un mélange gaz/particules en jet laminaire dans un canal cylindrique.

Dans ces trois chapitres, le milieu étudié est supposé gris. Le quatrième chapitre est consacré à l'étude du transfert radiatif dans le cas de milieu non gris. Nous rappelons, dans ce chapitre, les différentes méthodes d'analyse du comportement non gris du milieu. Nous mettrons le point sur le Modèle de la Somme Pondérée de Gaz Gris [Weighted Sum of Gray Gases (WSGG)] et sur son couplage avec la méthode des volumes finis.

Le cinquième chapitre est consacré à l'étude du rayonnement thermique dans un réacteur expérimental [Controlled Profile Reactor (CPR)] qui est chauffé par la combustion du charbon pulvérisé. Dans cette application, nous utiliserons le code numérique basé sur la méthode des volumes finis dans une configuration générale de combustion qui correspond à un milieu participant (absorbant et diffusant), non gris, chargé de particules solides et qui est à température non homogène. L'étude du rayonnement thermique dans ce réacteur consiste à calculer numériquement le flux radiatif incident sur la paroi latérale du réacteur ainsi que la distribution du terme source radiatif à l'intérieur du réacteur. Dans ce chapitre nous présenterons également l'effet des fluctuations des températures dans le réacteur sur le flux et sur le terme source radiative.

Chapitre 1

Analyse et Mise en Équations du Transfert Radiatif Dans un Milieu Participant

Chapitre 1

ANALYSE ET MISE EN ÉQUATIONS DU TRANSFERT RADIATIF DANS UN MILIEU PARTICIPANT

1.1 Introduction

Physiquement, le rayonnement thermique peut être défini comme étant les *ondes électromagnétiques* ou bien les *photons* qui sont émis par un milieu suite au seul effet de sa *température*. Cette définition limite la gamme des longueurs d'ondes ayant un intérêt pour le transfert de chaleur par rayonnement à l'intervalle $[0,1 \text{ } \mu\text{m} \text{ (ultraviolet)}; 100 \text{ } \mu\text{m} \text{ (moyen infrarouge)}]$ qui est illustrée sur le spectre des ondes électromagnétiques, schématisé sur la figure 1.1.

La nature ondulatoire du rayonnement thermique rend le transfert d'énergie par rayonnement différent des deux autres modes de transfert (*conduction, convection*) par les aspects suivants :

- Le rayonnement thermique ne nécessite pas la présence d'un milieu matériel pour se propager ; c'est un mode de transfert à distance.
- Le transfert radiatif est plus rapide (à la vitesse de la lumière).
- Le transfert radiatif peut avoir lieu dans les solides comme dans les liquides et les gaz.
- Le transfert radiatif peut avoir lieu entre deux corps séparés par un milieu froid.
- Le rayonnement thermique ne subit pas d'atténuation dans le vide.

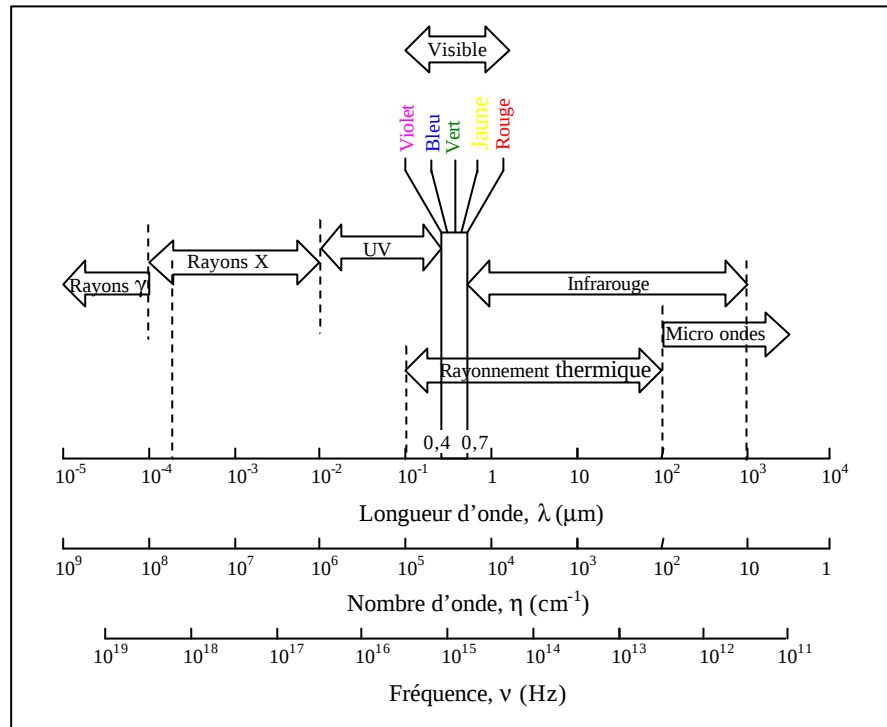


Figure 1.1 spectre des ondes électromagnétiques

Dans des différentes applications, il est parfois suffisant d'étudier le rayonnement thermique entre deux surfaces solides sans pour autant considérer le milieu qui les sépare. Le milieu est dit alors transparent. Dans ce cas, le rayonnement ne subit aucune atténuation. Mais dans plusieurs autres applications, le milieu qui sépare ces surfaces peut contenir des espèces qui absorbent, émettent ou diffusent le rayonnement, comme par exemple le gaz carbonique (CO_2), la vapeur d'eau (H_2O) et les particules solides. La présence d'un tel milieu participant complique considérablement l'analyse radiative. En effet, le milieu émet, absorbe et diffuse l'énergie radiative à travers un volume, cela signifie que le rayonnement est un phénomène surfacique et volumique et qu'il dépend de la taille et de la nature du milieu.

L'analyse thermodynamique du transfert radiatif dans ces milieux est généralement assurée par l'étude de la distribution de la luminance radiative dans le milieu. Il s'agit d'une grandeur directionnelle qui est définie comme étant le flux d'énergie dans la direction $\vec{s}$ par unité d'angle solide et par unité de surface normale à la direction de propagation $\vec{s}$. La luminance est aussi une grandeur spectrale qui dépend de la longueur d'onde λ et qui est liée à la luminance totale par :

$$I(\vec{r}, \vec{s}) = \int_0^{\infty} I_{\lambda}(\vec{r}, \vec{s}, \lambda) d\lambda \quad (1.1)$$

Pour un corps noir, on peut montrer que la luminance est indépendante de la direction (Siegel et Howell, 1981 pp. 11). Le pouvoir émissif spectral du corps noir s'écrit alors :

$$E_{b\lambda}(T, \lambda) = \frac{2\pi h c_0^2}{n^2 \lambda^5 \left(e^{hc_0 / n \lambda k T} - 1 \right)} = \pi I_{b\lambda}(\vec{r}, \lambda) \quad (1.2)$$

L'intégration de cette équation sur toutes les longueurs d'ondes nous donne le pouvoir émissif total du corps noir

$$E_b(\vec{r}, T) = n^2 \sigma T^4 = n^2 \pi I_b(\vec{r}, T) \quad (1.3)$$

Cette expression est connue sous le nom de *Loi de Stéfan-Boltzmann*, dans laquelle σ représente la constante de Stéfan-Boltzmann ($\sigma = 5,67 \cdot 10^8 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$) et T est la température absolue du corps noir.

A partir du champ des luminances, l'obtention du flux radiatif net à travers une surface dans la direction $\vec{s}$ est alors immédiate. Ce flux est défini par :

$$(q_{\lambda})_{net} = \vec{q}_{\lambda} \cdot \vec{n} = \int_{4\pi} I_{\lambda}(\vec{s}) \vec{n} \cdot \vec{s} d\Omega \quad (1.4)$$

où $\vec{n}$ est la normale sortante à cette surface.

Avec ces définitions, la luminance peut être regardée physiquement comme étant une densité de flux d'énergie définie dans un angle solide $d\Omega$ pouvant varier en fonction de la position spatiale et en fonction de la longueur d'onde. La luminance s'exprime en ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{str}$).

1.2 Transfert radiatif dans un milieu participant ou semi transparent

Lors de sa propagation dans un milieu participant la luminance peut augmenter ou diminuer par trois phénomènes physiques qui peuvent coexister simultanément: l'absorption, l'émission et la diffusion. On supposera que le milieu est à *l'Equilibre Thermodynamique Local* ; ceci signifie que l'énergie radiative émise dans le milieu est

indépendante de l'énergie radiative y étant absorbée, puisque celle-ci est rapidement redistribuée de façon à assurer une distribution équilibrée des niveaux d'énergie interne et cela indépendamment de la position dans le milieu.

1.2.1 Atténuation de la luminance par absorption et par diffusion

Considérons un milieu matériel d'épaisseur (ds). Supposons qu'un rayonnement monochromatique de luminance I_λ irradie l'une des faces du milieu. À la traversée du milieu, l'intensité de la luminance subit une diminution donnée par :

$$(dI_\lambda)_{abs} = -\kappa_\lambda I_\lambda ds \quad (1.5)$$

où κ_λ est le *coefficient d'absorption* et où le signe négatif est introduit pour indiquer la diminution de la luminance. Il est d'usage de définir une *épaisseur optique* qui est une grandeur adimensionnelle et qui caractérise le pouvoir d'un milieu à atténuer le rayonnement (également appelée *opacité*). Elle est donnée par

$$\tau_\lambda = \int_0^s \kappa_\lambda ds \quad (1.6)$$

D'une manière similaire à l'absorption la luminance peut diminuer dans la direction de propagation et ceci par *diffusion* ou *dispersion*. Cette diminution est donnée par la relation

$$(dI_\lambda)_{disp} = -\sigma_{s\lambda} I_\lambda ds \quad (1.7)$$

où $\sigma_{s\lambda}$ est le *coefficient de diffusion*.

La différence entre les deux types d'atténuations vient de l'origine physique de chacun de ces phénomènes. En effet, l'atténuation par absorption est due à la conversion de l'énergie absorbée en une énergie interne dans le milieu, alors que l'atténuation par diffusion est simplement une redirection du rayonnement, par diffraction ou par réfraction ou bien encore par réflexion, d'où l'appellation *dispersion*.

L'atténuation totale de la luminance incidente par absorption et par diffusion est appelée *extinction*, et un *coefficient d'extinction* peut être défini par

$$\beta_\lambda = \kappa_\lambda + \sigma_{s\lambda} \quad (1.8)$$

1.2.2 Amplification de la luminance par émission et par diffusion entrante

Le rayonnement peut aussi voir sa luminance augmenter lors de sa propagation dans un milieu semi-transparent par *émission* et par *diffusion entrante*.

Considérons l'élément de volume dV schématisé sur la figure 1.2. Lorsque cet élément de volume est à l'équilibre thermodynamique, la variation de la luminance à travers dV est exprimée par la relation suivante (Modest 2003, pp.292)

$$(dI_\lambda)_e = \kappa_\lambda I_{b\lambda} ds \quad (1.9)$$

où $I_{b\lambda}$ est la luminance du corps noir. Cette équation montre que la constante de proportionnalité pour l'émission est la même que celle pour l'absorption.

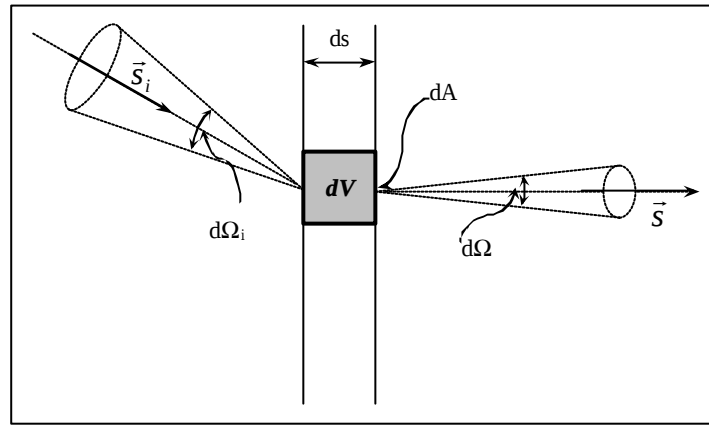


Figure 1.2 Diffusion d'un rayonnement

Le renforcement de la luminance par *diffusion entrante* est dû à la provenance du rayonnement des directions autres que celle de la propagation $\vec{s}$. Pour expliquer ce type d'augmentation de la luminance, on reconsidère l'élément de volume dV représenté sur la figure 1.2, où un rayonnement de direction incidente $\vec{s}_i$ traverse dV et le quitte dans la direction $\vec{s}$. Le flux radiatif incident contenu dans l'élément d'angle solide $d\Omega_i$ est exprimé par

$$d\vec{q}_{inc} = I_\lambda(\vec{s}) dA(\vec{s}_i \cdot \vec{s}) d\Omega_i d\lambda \quad (1.10)$$

Ce flux élémentaire traverse l'élément de volume dV et émerge à une distance $ds/(\vec{s}_i \cdot \vec{s})$. La quantité d'énergie diffusée est donnée par

$$\sigma_{s\lambda} (I_\lambda(\vec{s}_i) dA(\vec{s}_i \cdot \vec{s}) d\Omega_i d\lambda) \left(\frac{ds}{\vec{s}_i \cdot \vec{s}} \right) = \sigma_{s\lambda} I_\lambda(\vec{s}_i) dA d\Omega_i d\lambda ds \quad (1.11)$$

De cette quantité, seule une fraction est diffusée dans la direction $\vec{s}$ (l'angle solide $d\Omega$). Pour quantifier cette fraction, une *fonction de phase de diffusion* F est introduite. Cette fonction de phase décrit la probabilité pour qu'un rayon incident d'une direction $\vec{s}_i$, diffuse dans la direction $\vec{s}$. Cette probabilité est donnée par l'expression suivante :

$$p(F_{\lambda}(\vec{s}_i, \vec{s})) = \frac{F_{\lambda}(\vec{s}_i, \vec{s}) d\Omega}{4\pi} \quad (1.12)$$

Puisque la somme de toutes les probabilités est égale à 1, la fonction de phase vérifie alors la condition de normalisation :

$$\frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} F_{\lambda}(\vec{s}_i, \vec{s}) d\Omega = 1 \quad (1.13)$$

Ainsi, le flux d'énergie diffusée dans l'angle solide $d\Omega$ de direction $\vec{s}$ est :

$$\sigma_{s\lambda} I_{\lambda}(\vec{s}_i) dA d\Omega_i d\lambda ds \frac{F_{\lambda}(\vec{s}_i, \vec{s})}{4\pi} d\Omega \quad (1.14)$$

L'intégration de l'expression (1.14) sur toutes les directions nous donne le flux radiatif total qui diffuse dans l'angle solide $d\Omega$; il s'écrit :

$$(dI_{\lambda}(\vec{s}))_{diff} = ds \frac{\sigma_{s\lambda}}{4\pi} \int_{4\pi} I_{\lambda}(\vec{s}_i) F_{\lambda}(\vec{s}_i, \vec{s}) d\Omega_i \quad (1.15)$$

1.3 Équation de transfert radiatif et conditions aux limites

Sur la figure 1.3 on représente un schéma récapitulatif des phénomènes d'absorption, d'émission et de diffusion que subit la luminance lors de sa propagation dans un milieu semi-transparent. Pour établir l'équation de transfert radiatif nous considérons un rayonnement qui se propage dans une direction $\vec{s}$. Il s'agit de l'écriture d'un bilan d'énergie radiative dans lequel la variation de la luminance est obtenue par la sommation des contributions par émission, par absorption et par diffusion. Cette variation s'écrit :

$$I_{\lambda}(s + ds, \vec{s}, t + dt) - I_{\lambda}(s, \vec{s}, t) = \kappa_{\lambda} I_{b\lambda}(s, t) ds - \kappa_{\lambda} I_{\lambda}(s, \vec{s}, t) ds - \sigma_{s\lambda} I_{\lambda}(s, \vec{s}, t) ds + \frac{\sigma_{s\lambda}}{4\pi} \int_{4\pi} I_{\lambda}(\vec{s}_i) F_{\lambda}(\vec{s}_i, \vec{s}) d\Omega_i ds \quad (1.16)$$

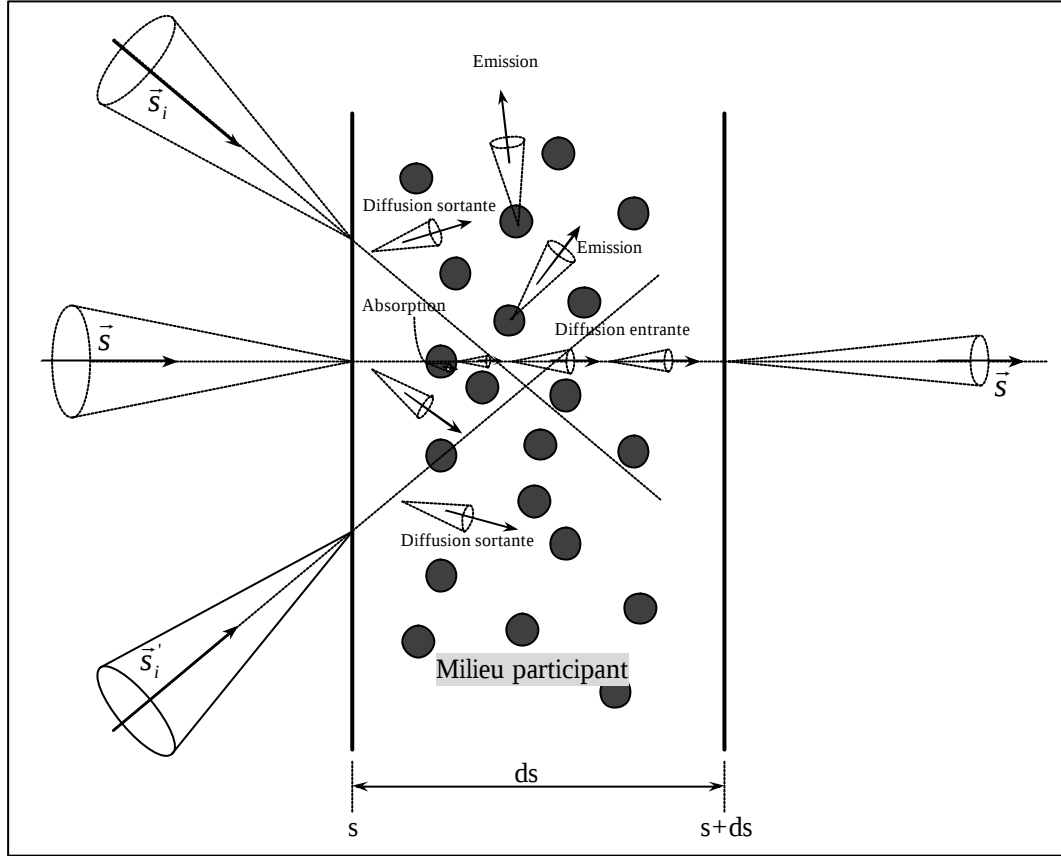


Figure 1.3 Bilan d'énergie radiative

Sachant que $c=ds/dt$, le terme de gauche, dans l'équation (1.16), peut s'écrire

$$I_\lambda(s+ds, \vec{s}, t+dt) - I_\lambda(s, \vec{s}, t) = dt \frac{\partial I_\lambda}{\partial t} + ds \frac{\partial I_\lambda}{\partial s} = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial I_\lambda}{\partial t} + \frac{\partial I_\lambda}{\partial s} \right) ds \quad (1.17)$$

L'équation (1.16) peut se transformer alors comme suit :

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I_\lambda}{\partial t} + \frac{\partial I_\lambda}{\partial s} = \kappa_\lambda I_{b\lambda} - \kappa_\lambda I_\lambda - \sigma_{s\lambda} I_\lambda + \frac{\sigma_{s\lambda}}{4\pi} \int_{4\pi} I_\lambda(\vec{s}_i) F_\lambda(\vec{s}_i, \vec{s}) d\Omega_i \quad (1.18)$$

Cette équation est la forme générale de l'*Equation de Transfert Radiatif* (ETR). Dans cette équation, tous les termes peuvent dépendre de la position ($\vec{r}$), du temps et de la longueur d'onde, mais la luminance et la fonction de phase dépendent, en plus, de la direction. Cependant, dans les applications de transfert de chaleur, le terme transitoire peut être négligé à cause de la valeur très élevée de la célérité de la lumière. En négligeant ce terme l'équation de transfert radiatif s'écrit :

$$\frac{dI_\lambda(\vec{r}, \vec{s})}{ds} = \vec{s} \cdot \vec{\nabla} I_\lambda(\vec{r}, \vec{s}) = \kappa_\lambda I_{b\lambda}(\vec{r}) - \beta_\lambda I_\lambda(\vec{r}, \vec{s}) + \frac{\sigma_{s\lambda}}{4\pi} \int_{4\pi} I_\lambda(\vec{r}, \vec{s}_i) F_\lambda(\vec{s}_i, \vec{s}) d\Omega_i \quad (1.19)$$

Dans cette équation, la luminance radiative, qui est la grandeur d'intérêt, dépend en général de six variables indépendantes: trois dans l'espace, deux variables angulaires et une variable spectrale (longueur d'onde, fréquence ou nombre d'onde). Par ailleurs, la solution de cette équation doit satisfaire les conditions aux limites du problème considéré.

Dans ce travail nous supposons que les parois qui délimitent le milieu d'étude sont des parois grises et opaques, qui émettent et réfléchissent un rayonnement de façon diffuse (indépendamment de la direction). Cette condition est schématisée sur la figure 1.4 et elle est décrite par l'équation suivante :

$$I(\vec{r}_p, \vec{s}) = \epsilon_p I_b(\vec{r}_p) + \frac{1 - \epsilon_w}{\pi} \int_{\vec{s}' \cdot \vec{n}_p < 0} I(\vec{r}_p, \vec{s}') |\vec{s}' \cdot \vec{n}_p| d\Omega' \quad (1.20)$$

où $\vec{n}_p$ est la normale sortante à la paroi. Cette équation montre que la luminance qui quitte la paroi est le résultat d'une émission et d'une réflexion du rayonnement par cette paroi.

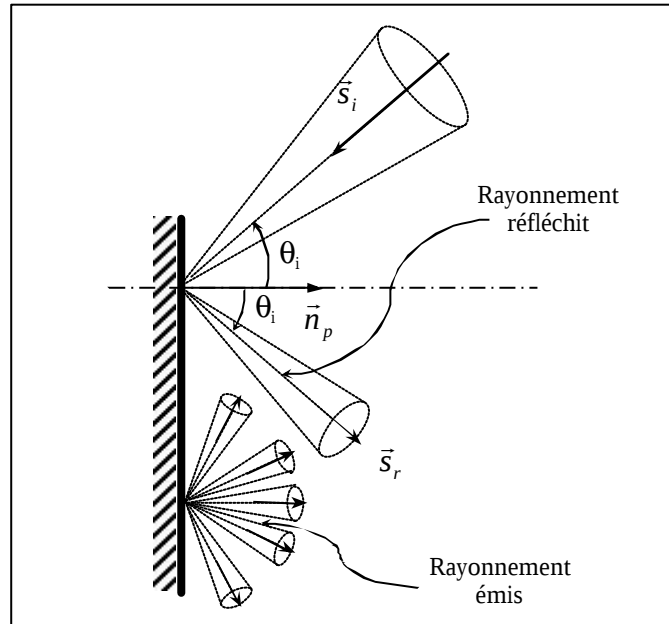


Figure 1.4 Paroi opaque grise et diffuse

1.4 Divergence du flux radiatif

L'objectif de la résolution de l'équation de transfert radiatif n'est pas en fait le calcul du champ des luminances, mais plutôt la distribution du flux radiatif dans le milieu et par conséquent le terme source dans l'équation de conservation de l'énergie qui fait intervenir la *divergence* du flux radiatif. Il est ainsi utile de déterminer l'expression de ce terme. Considérons alors le volume de contrôle dV schématisé sur la figure 1.5. En désignant par $\vec{q}$ la densité de flux radiatif, la puissance reçue par cet élément de volume est déterminée par un bilan radiatif, soit :

$$-\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right) dx dy dz = -\nabla \cdot \vec{q} dV \quad (1.21)$$

Ainsi, la puissance radiative reçue par l'unité de volume est égale à $-\vec{\nabla} \cdot \vec{q}$.

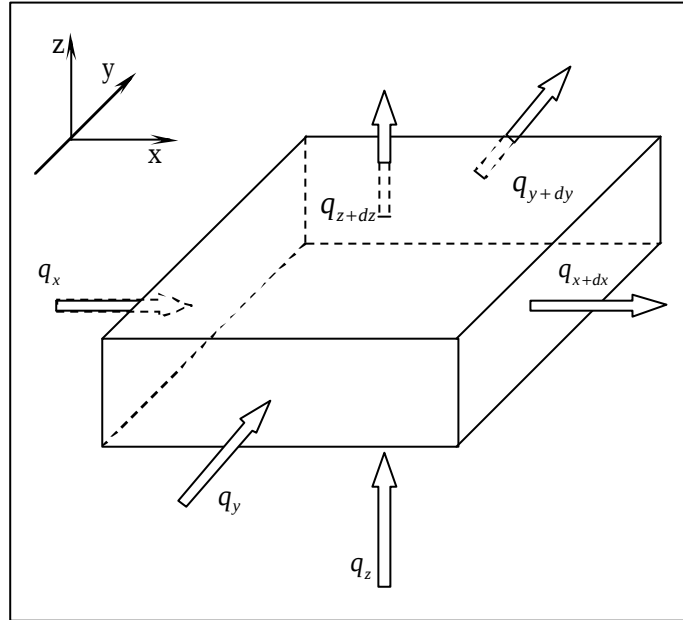


Figure 1.5 Élément de volume pour
l'établissement de la divergence du flux radiatif

En intégrant l'équation (1.19) sur toutes les directions $\Omega \in [0, 4\pi]$, et après un réarrangement du résultat, on obtient

$$\nabla \cdot \int_{4\pi} I_{\lambda} \vec{s} d\Omega = 4\pi \kappa_{\lambda} I_{b\lambda} - \int_{4\pi} \beta_{\lambda} I_{\lambda}(\vec{s}) d\Omega + \frac{\sigma_{s\lambda}}{4\pi} \int_{4\pi} I_{\lambda}(\vec{s}_i) \left(\int_{4\pi} F_{\lambda}(\vec{s}_i, \vec{s}) d\Omega \right) d\Omega_i \quad (1.22)$$

Dans cette équation le flux radiatif $\vec{q}_{\lambda}$ apparaît comme étant :

$$\vec{q}_\lambda = \int_{4\pi} I_\lambda \vec{s} d\Omega \quad (1.23)$$

En utilisant la condition de normalisation de la fonction de phase, donnée par l'équation (1.13), on peut écrire

$$\nabla \cdot \vec{q}_\lambda = 4\pi\kappa_\lambda I_{b\lambda} - \int_{4\pi} \beta_\lambda I_\lambda(\vec{s}) d\Omega + \sigma_{s\lambda} \int_{4\pi} I_\lambda(\vec{s}_i) d\Omega_i \quad (1.24)$$

Finalement, la divergence du flux radiatif s'écrit

$$\nabla \cdot \vec{q}_\lambda = \kappa_\lambda \left(4\pi I_{b\lambda} - \int_{4\pi} I_\lambda d\Omega \right) = \kappa_\lambda (4\pi I_{b\lambda} - G_\lambda) \quad (1.25)$$

où G_λ est le flux incident de toutes les directions.

Physiquement, cette équation signifie que la diminution de l'énergie radiative dans un volume de contrôle est égale à la différence entre l'énergie émise et l'énergie radiative incidente. On remarque aussi la disparition du coefficient de diffusion dans cette équation, cela n'est pas étonnant puisqu'on a intégré sur tout l'espace angulaire et que le phénomène de diffusion consiste en une redistribution du rayonnement, et donc n'affecte pas l'énergie contenue dans l'élément de volume.

Pour obtenir la divergence du flux radiatif total, il suffit d'intégrer sur tout le spectre des longueurs d'ondes. Dans le cas particulier d'un milieu gris ($\kappa_\lambda = \kappa = \text{constante}$) la divergence s'écrit

$$\nabla \cdot \vec{q} = \kappa (4\sigma T^4 - G) \quad (1.26)$$

1.5 Méthodes de résolution de l'Équation de Transfert Radiatif

A cause de sa nature intégral-différentielle, il est pratiquement impossible de présenter une solution analytique explicite de l'équation de transfert radiatif, sauf pour de cas très simples. La complexité de cette équation se projette alors dans l'étude des problèmes radiatifs dont l'étude devient difficile. Cette difficulté résulte :

- (i) de la géométrie du problème (monodimensionnel, bidimensionnel ou tridimensionnel),

- (ii) du champ de température, qui est généralement inconnu, sauf pour des cas isothermes simples,
- (iii) de la présence du phénomène de diffusion,
- (iv) de la nature du milieu qui peut être non gris.

Par conséquent, les travaux de recherche sur le rayonnement dans les milieux semi-transparents sont menés selon deux directions : la première est celle de l'étude exacte des solutions (analytiques et numériques) de l'équation de transfert radiatif ; la seconde consiste à utiliser des méthodes d'approximation de la solution. Cependant, vu l'importance du transfert d'énergie par rayonnement dans les problèmes thermiques, des efforts considérables s'intéressent toujours à l'investigation des problèmes radiatifs. Dans la suite de ce chapitre nous présentons une étude bibliographique qui récapitule et compare les performances des méthodes numériques développées pour la résolution de l'équation de transfert radiatif.

1.5.1 Méthode des zones

La méthode des zones, qui est l'une des méthodes les plus conventionnelles et populaires pour le transfert radiatif, a été présentée pour la première fois par Hottel et Cohen (1958). Elle est développée et étendue ensuite par Hottel et Sarofim (1967). Dans cette méthode, le milieu est divisé en un certain nombre de zones et de surfaces supposés isothermes et homogènes. L'écriture du bilan d'énergie pour l'échange radiatif entre deux zones quelconques nécessite le calcul des surfaces d'échange entre ces deux zones. Il en découle un système d'équations algébriques non linéaires dans lequel les températures et les flux de chaleurs sont les inconnus.

Dans une zone i donnée, le flux net Q_i est obtenu par la différence entre le rayonnement émis et reçu :

$$Q_i = \sum_{j=1}^N \overline{S_i S_j} (E_{bi} - E_{bj}) \quad (1.27)$$

où $E_b = \sigma T^4$ est le pouvoir émissif du corps noir et $\overline{S_i S_j}$ est la surface totale d'échange entre les zones i et j . Bien qu'elle soit connue par sa stabilité numérique et sa précision, la méthode des zones présente quelques inconvénients :

- (i) calcul pénible des surfaces d'échanges,

- (ii) incompatibilité avec d'autres méthodes, comme la différence finie ou les volumes finis, souvent utilisées pour calculer l'écoulement aux mêmes nœuds,
- (iii) difficulté lors de l'incorporation de l'effet spectral et diffusif du milieu considéré.

Bien que ces désavantages rendent le couplage de cette méthode avec les autres modes de transfert impraticable, les résultats trouvés par la méthode des zones sont considérées comme des données de référence, en l'absence des solutions exactes ou des données expérimentales.

1.5.2 Méthode Monte-Carlo

La méthode Monte-Carlo est une méthode purement statistique dans laquelle on suit la trajectoire d'un nombre fini de photons. En effet, les paquets de photons émis à partir des frontières ou du milieu sont poursuivis jusqu'au point où ils sont absorbés. Ainsi, l'absorption par une paroi ou dans le milieu, la diffusion par le milieu et la réflexion par les frontières sont quantifiés. Si tous les paquets sont absorbés, le processus de suivie se termine. La méthode Monte-Carlo présente des solutions qui fluctuent autour de la solution exacte. Toutefois, ces fluctuations sont éliminées par l'augmentation du nombre de paquets de photons émis.

Les premières utilisations de cette méthode en transfert radiatif reviennent à Howell et Perlmutter (1964a). Ensuite, des études sur des problèmes pratiques plus complexes sont faites par Howell et Perlmutter (1964b), Steward et Cannon (1971), Gupta et al. (1983), Kobiyama (1986) et Liu et Tiwari (1994). Les résultats trouvés par la méthode Monte-Carlo sont connus comme étant des solutions numériques aussi précises que les solutions exactes grâce à la procédure statistique utilisée. D'autant plus, cette méthode peut traiter les phénomènes physiques les plus importants en tenant compte de la nature spectrale et anisotrope, et aussi les géométries de formes complexes. Ainsi, l'avantage de cette méthode est qu'on peut l'utiliser pour résoudre les problèmes les plus complexes. Cependant, la méthode Monte-Carlo est assujettie à des erreurs statistiques à cause des nombres aléatoires générés et utilisés. Elle fait appel également à un temps de calcul très grand. Cette limitation fait de la méthode Monte-Carlo, comme la méthode des zones, une méthode de référence pour plusieurs problèmes radiatifs.

1.5.3 Méthode des Flux

Dans cette méthode, la luminance radiative est supposée constante dans un l'angle solide. La méthode des flux regroupe quelques méthodes populaires, tels que la Méthode des Harmoniques Sphériques, la Méthode des Transfert Discrets, la Méthode des Ordonnées Discrètes (MOD) et aussi la Méthode des Volumes Finis (MVF). Elle est proposée pour la première fois par Schuster (1905) et Schwarzschild (1906) pour une géométrie monodimensionnelle et elle est alors connue comme l'approximation de Schuster-Schwarzschild. Cette méthode consiste à diviser le champ radiatif en des composantes avant et arrière. Ainsi, l'équation de transfert radiatif est réduite à deux équations différentielles ordinaires et la méthode est appelée *Méthode à deux flux*. Cette dernière est basée sur l'analyse d'isotropie hémisphérique et ne donne pas de bons résultats en dehors de cette hypothèse (Kaviany et Singh, 1993). L'extension de cette méthode aux cas bidimensionnel et tridimensionnel s'appelle Méthode à quatre-flux (Gosman et Lockwood, 1972) et Méthode à six-flux (Chin et Churchill, 1965), respectivement.

Bien que ces méthodes simples ont été largement utilisées lors du couplage du rayonnement avec les autres modes de transfert de chaleur, l'exactitude de la solution est limitée à cause du petit nombre d'angles solides, de l'absence du couplage physique entre les flux radiatifs et à cause de la difficulté de traiter l'anisotropie dans le phénomène de diffusion. Cependant la méthode des flux est devenue la base des méthodes développées plus tard.

1.5.4 Méthode des Transferts Discrets

La méthode des transferts discrets a été formulée par Lockwood et Shah (1981) ; elle se base sur la solution formelle de l'équation de transfert radiatif, le long d'un rayonnement entre deux surfaces, selon la relation de récurrence suivante

$$I_{n+1} = I_n \exp(-\beta \delta s) + S[1 - \exp(-\beta \delta s)] \quad (1.28)$$

où n et $(n+1)$ indiquent deux éléments successifs séparés par une distance $\beta \delta s$. Le terme source S et le coefficient d'extinction β sont supposés constants le long de la distance δs . Cette méthode fait apparaître les techniques de la méthode Monte-Carlo et de la Méthode des Zones, mais elle est plus économique en temps de calcul. Elle peut traiter facilement des géométries curvilignes et elle est simple à implémenter.

Ainsi, elle a été utilisée dans les écoulements réactifs pour montrer l'effet du transfert radiatif dans plusieurs applications industrielles telles que les fours de verrerie (Gosman et

al. 1980), les flammes turbulentes (Jeng et Faeth, 1984), les fours tridimensionnels de combustion du charbon pulvérisé (Fiveland et Wessel, 1988). Elle a été aussi adoptée dans le code commercial FLUENT. Cependant, il y a des difficultés qui se présentent lorsqu'on veut traiter la diffusion ou les bords du milieu par cette méthode.

1.5.5 Méthode des Harmoniques Sphériques

Dans la Méthode des Harmoniques Sphériques, la luminance est transformée sous forme de séries de Fourier généralisées :

$$I(x, y, z, \theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l I_l^m(x, y, z) Y_l^m(\theta, \phi) \quad (1.29)$$

où $I_l^m(x, y, z)$ sont des coefficients qui dépendent de la positions. La dépendance angulaire est exprimée par les harmoniques sphériques

$$Y_l^m(\theta, \phi) = (-1)^{(m+|m|)/2} \left[\frac{(1-|m|)!}{(1+|m|)!} \right]^{1/2} \exp(im\phi) P_l^{|m|}(\cos\theta) \quad (1.30)$$

Dans cette équation, les termes $P_l^{|m|}$ représentent les polynômes de Legendre et (θ, ϕ) sont l'angle polaire et l'angle azimutal, respectivement. En introduisant l'équation (1.29) dans l'équation de transfert radiatif (1.19), et après un réarrangement mathématique, on aboutit à un système de $(N+1)^2$ équations différentielles ordinaires où I_l^m sont les inconnues. Si on augmente N jusqu'à l'infini, on aboutit à la solution exacte de l'équation de transfert radiatif. Cependant, dans la pratique, on adopte des valeurs finies de N , souvent prises égales à 1 ou à 3 qui correspondent aux approximations P_1 et P_3 , respectivement.

A son origine, la méthode des harmoniques sphériques a été formulée par Jeans (1917) pour étudier le transfert radiatif dans l'atmosphère. Ensuite, elle a été utilisée pour l'investigation du transport des neutrons (Davison, 1958) et pour étudier le rayonnement thermique (Bayazitoglu et Higenyi, 1979; Ratzel et Howell, 1983; Menguç et Viskanta, 1985, 1986). Elle a été aussi appliquée pour étudier l'interaction entre le rayonnement et la turbulence par Song et Viskanta (1987). Bien qu'elle soit mathématiquement bien formulée, l'extension à des ordres plus élevés, par exemple de P_1 à P_3 , est pénible à formuler. En outre, l'utilisation de l'approximation P_1 présente des résultats imprécis, particulièrement dans les milieux optiquement minces et elle est non fiable pour l'étude de la diffusion

anisotrope dans le milieu. Bien qu'elle soit améliorée, cette méthode n'est pas adoptée pour étudier le couplage du rayonnement avec la convection et la conduction.

1.5.6 Méthode des Ordonnées Discrètes

La Méthode des Ordonnées Discrètes a été formulée, à son origine, à partir du modèle à deux flux par Chandrasekhar (1960), pour les problèmes astrophysiques. Le nom de la méthode dérive de la discrétisation angulaire et donc, il ne fait allusion à aucune particularité géométrique (spatiale). Elle a été étendue, plus tard, à l'étude du transport des neutrons par Carlson et Lathrop (1968). Depuis lors, Khalil et Truelove (1977) et Fiveland (1982) l'ont introduit pour l'analyse du transfert radiatif. Dans cette méthode, l'équation de transfert radiatif (Eq. 1.19) est intégrée sur un volume de control V_p

$$\begin{aligned} \int_{V_p} \vec{s} \cdot \nabla I_\lambda(\vec{r}, \vec{s}) dV &= \int_{V_p} [\kappa_\lambda I_{b\lambda}(\vec{r}) - \beta_\lambda I_\lambda(\vec{r}, \vec{s})] dV + \\ &\int_{V_p} \frac{\sigma_{s\lambda}}{4\pi} \int_{4\pi} I_\lambda(\vec{r}, \vec{s}_i) F_\lambda(\vec{s}_i, \vec{s}) d\Omega_i dV \end{aligned} \quad (1.31)$$

En revanche, il n'y a pas d'intégration sur les angles solides. En effet, les intégrales sur les angles solides, qui sont essentielles pour le calcul du transport d'énergie radiative, sont estimées par des quadratures. L'équation discrétisée est alors écrite pour chaque volume de contrôle et pour des directions spécifiques. Il en découle un système d'équations algébriques qui est résolu pour un nombre donné de directions. L'intégrale sur les angles solides est remplacée par une somme sur les quadratures pondérée par des poids quadratiques, qui modélisent les angles solides et qui doivent vérifier les moments d'ordre zéro, d'ordre 1 et d'ordre 2, définis par les relations suivantes (Modest, 2003):

$$\int_{4\pi} d\Omega = \sum_{m=1}^M w^m = 4\pi \quad (1.32)$$

$$\int_{4\pi} \vec{s} d\Omega = \sum_{m=1}^M \vec{s}^m w^m = 0 \quad (1.33)$$

$$\int_{4\pi} \vec{s} \vec{s} d\Omega = \sum_{m=1}^M \vec{s}^m \vec{s}^m w^m = \frac{4\pi}{3} \delta \quad (1.34)$$

où δ est le tenseur unitaire, les termes w^m sont les poids quadratiques, M est le nombre des directions qui dépend de l'ordre de l'approximation N . Puisque dans les problèmes de

transfert thermique on s'intéresse au calcul des flux à travers les parois normales aux axes du repère utilisé, il est également important de vérifier l'équation du demi moment, près des parois, donnée par (Modest, 2003)

$$\int_{\vec{n} \cdot \vec{s} < 0} |\vec{n} \cdot \vec{s}| d\Omega = \int_{\vec{n} \cdot \vec{s} > 0} \vec{n} \cdot \vec{s} d\Omega = \pi = \sum_m w^m \vec{n} \cdot \vec{s}^m \quad (1.35)$$

Ou sous une autre forme

$$\int_{\vec{s} \cdot \vec{e}_i \geq 0} \vec{s} \cdot \vec{e}_i d\Omega = \sum_{m=1}^M \max(\vec{s}^m \cdot \vec{e}_i, 0) w^m = \pi \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.36)$$

Bien que le choix des directions soit arbitraire, on préfère utiliser des quadratures symétriques, en raison de sa généralité. Il existe $M=N(N+2)$ directions pour la méthode S_N , où N est généralement un nombre pair.

La méthode des ordonnées discrètes a été implémentée dans différents problèmes radiatifs, tels que des milieux rectangulaires bidimensionnels (Fiveland, 1984; Truelove, 1987), et tridimensionnels (Fiveland, 1988; Truelove, 1988; Jamaluddin et Smith, 1988a); des milieux de géométrie cylindrique (Fiveland, 1982; Jamaluddin et Smith, 1988b). Aussi, les caractéristiques spectrales et la diffusion anisotrope d'un milieu ont été étudiées, à l'aide de cette méthode, par Fiveland et Jamaluddin (1991) et par Kim et Lee (1989), respectivement.

En utilisant l'approximation S_4 , Kim et Baek (1991) ont traité le couplage de la conduction avec le rayonnement dans un milieu rectangulaire. Tandis que Kim et al. (1992) ont étudié le comportement d'une flamme de diffusion produite par un combustible solide. En outre, l'approximation S_4 a été appliquée dans le cas d'une flamme de diffusion fortement rayonnante d'un jet d'éthylène (Kaplan et al., 1994).

Fiveland et Jesse (1994) ont appliqué la Méthode des Ordonnées Discrètes à un milieu rectangulaire avec une discrétisation spatiale par la méthode d'éléments finis et aussi par l'approche Volumes Finis. Cheong et Song (1996) l'ont utilisé aussi pour l'étude de géométries arbitraires bidimensionnelles.

Il s'avère alors que la Méthode des Ordonnées Discrètes est une méthode précise, efficace, compatible avec les procédures numériques de calcul de l'écoulement qui utilisent les discrétisations élément finis ou volumes finis. Cependant, elle présente quelques inconvénients tels que *l'effet de rayon* et *la fausse diffusion*. L'effet de rayon est une conséquence

de la discrétisation angulaire; cet effet est indépendant de la discrétisation spatiale. En effet, en se plaçant loin d'une zone d'émission, et selon la manière de discrétisation, certaines zones ne reçoivent pas le rayonnement. Cet effet est plus prononcé dans l'étude de milieux optiquement minces et il est bien détaillé par Raithby, (1999). Quant à la fausse diffusion, également appelée *diffusion numérique*, elle est la conséquence de la discrétisation spatiale et elle est indépendante de l'approximation du rayonnement par un nombre fini de rayons (Chai et al., 1993). Ces problèmes sont rencontrés dans les milieux qui contiennent des sources locales de rayonnement et où la diffusion est moins importante que l'absorption.

1.5.7 Méthode des Volumes Finis

La Méthode des Volumes Finis, comme la Méthode des Ordonnées Discrètes, est une méthode de flux qui a été formulée par Raithby et Chui (1990) et Chai et al. (1994). Dans cette méthode, le domaine géométrique et l'espace angulaire sont discrétisés en un nombre fini de volumes et d'angles solides élémentaires, respectivement. La discrétisation angulaire fait appel aux mêmes étapes rencontrées dans la discrétisation géométrique; la méthode est alors appelée Méthode des volumes finis (dans l'espace géométrique)-volumes finis (dans l'espace angulaire) ou simplement, Méthode des Volumes Finis. Cette méthode est similaire à la Méthode des Ordonnées Discrètes dans le sens qu'elle utilise la même procédure de résolution et les mêmes nœuds de calculs utilisés lors de la résolution de l'écoulement par la technique des volumes finis. La particularité de la Méthode des Volumes Finis, c'est qu'elle laisse le libre choix de la discrétisation angulaire, selon la manière la plus adaptée au problème considéré. Pour chaque face i du volume de contrôle, les poids directionnels sont donnés par :

$$D_i^m = \int_{\Delta\Omega^m} (\vec{s} \cdot \vec{n}_i) d\Omega^m \quad (1.37)$$

où $\vec{s}$ et $\vec{n}_i$ sont, respectivement, le vecteur directionnel unitaire et la normale unitaire sortante à la face i et qui sont donnés par

$$\vec{s} = \sin \theta \cos \phi \vec{e}_x + \sin \theta \sin \phi \vec{e}_y + \cos \theta \vec{e}_z \quad (1.38)$$

$$\vec{n}_i = n_{x,i} \vec{e}_x + n_{y,i} \vec{e}_y + n_{z,i} \vec{e}_z \quad (1.39)$$

D'après l'équation (1.37), on remarque que les poids directionnels sont analogues aux produits du cosinus directeur par le poids quadratiques dans la Méthode des Ordonnées

Discrètes. De ce fait, la Méthode des Volumes Finis vérifie le moment d'ordre 1 sur un hémisphère (2π) et qui est donné par la relation suivante :

$$\int_{\vec{n} \cdot \vec{s} < 0} |\vec{n} \cdot \vec{s}| d\Omega = \int_{\vec{n} \cdot \vec{s} > 0} (\vec{n} \cdot \vec{s}) d\Omega = \pi \quad (1.40)$$

La MVF vérifie également la conservation de l'énergie radiative pour un schéma de discrétisation arbitraire donné. Cette méthode a été appliquée avec succès à des problèmes de géométrie tridimensionnelle non-orthogonale (Kim et Baek, 1996 ; Kim 1998 ; Chai et al. 1996 ; Minkowycz et Sparrow 2003).

L'utilisation de la Méthode des Volumes Finis présente de nombreux avantages par rapport à la Méthode des Ordonnées Discrètes. En effet, la MVF donne la possibilité de traiter des géométries arbitraires et présente une flexibilité à utiliser une discrétisation angulaire selon la manière la plus adéquate au problème. Selçuk et Kibras (2000) ont comparé les précisions de la MVF et la MOD dans un cas monodimensionnel, pour une discrétisation angulaires équivalentes, et ils ont trouvé que la MOD est plus précise dans ce cas. Cependant, Kim et Huh (1999) ont montré, dans une configuration tridimensionnelle, que pour un milieu optiquement mince, la MVF est plus précise et que pour des milieux optiquement minces les prédictions des deux méthodes sont comparables. Bien que l'effet de rayon et la fausse diffusion, rencontrés dans la Méthode des Ordonnées Discrètes, existent toujours pour cette méthode, l'utilisation de la Méthode des Volumes Finis présente l'avantage de diminuer ces effets. Ainsi, la Méthode des Volumes Finis est devenue une des méthodes numériques préférables pour l'étude du rayonnement thermique, particulièrement lors du couplage du rayonnement avec les autres modes de transfert de chaleur.

1.6 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons présenté une modélisation mathématique du transfert radiatif. Nous avons vu que l'analyse du rayonnement thermique est généralement décrite par l'étude du champ des luminances. Le transfert radiatif est régi par l'*Equation de Transfert Radiatif*, qui est une équation intégral-différentielle, mathématiquement complexe. L'objectif de sa résolution n'est pas en fait le calcul du champ des luminances mais plutôt, la divergence du flux radiatif qui intervient dans l'expression du terme source radiatif de

l'équation de conservation de l'énergie. Pour résoudre l'*Equation de Transfert Radiatif*, plusieurs méthodes numériques ont été présentées, à savoir la Méthode des Zones, la Méthode Monte-Carlo, la Méthode des Flux, la Méthode des Harmoniques Sphériques, la Méthode des Transferts Discrets, la Méthode des Ordonnées Discrètes et la Méthode des Volumes Finis. Vu ses avantages par rapport aux autres méthodes, la Méthode des Volumes Finis est adoptée dans ce travail ; elle est détaillée dans le chapitre suivant.

Chapitre 2

Méthode des Volumes Finis Pour le Calcul du Transfert Radiatif

Chapitre 2

METHODE DES VOLUMES FINIS POUR LE CALCUL DU TRANSFERT RADIATIF

2.1 Introduction

La popularité de la méthode des ordonnées discrètes montre qu'elle est une méthode efficace et relativement précise. Cependant, et en plus des problèmes de l'effet de rayon et de la fausse diffusion rencontrés dans cette méthode, elle présente des inconvénients sérieux. En effet, pour la plupart des problèmes thermiques, le vecteur normal à la paroi du domaine n'a pas la même direction que celle des axes du repère cartésien. Par conséquent, l'équation (1.35) n'est plus vérifiée (somme différente de π). Ainsi, si on considère une paroi diffuse, le flux radiatif qui quitte la paroi est égal à $\sum_m I_\theta \times \max(\vec{s}^m \cdot \vec{n}, 0)$ et non à πI_θ . De là apparaît un problème de conservation de l'énergie radiative avec cette méthode. Ce problème apparaît également dans la diffusion à cause de l'approximation

$$\frac{1}{4\pi} \sum_m \Phi^{nm} w^m = \frac{1}{4\pi} \int \Phi(\vec{s}', \vec{s}) d\Omega \quad (2.1)$$

où le premier membre de cette égalité doit être égal à l'unité. Mais en général, cette condition n'est pas valide, sauf lorsque la diffusion est isotrope.

Une troisième critique de cette méthode concerne sa non flexibilité dans le choix de la discrétisation angulaire. Ces limites, rencontrées dans la méthode des ordonnées discrètes, ont poussé les chercheurs à développer cette méthode et à la faire évoluer pour utiliser l'approche volume finis dans l'espace angulaire comme dans l'espace géométrique. Cela a

été proposé pour la première fois par Briggs et al., (1975) dans l'étude du transport neutronique. Les premières formulations dans le rayonnement thermique sont données par Raithby et ses collaborateurs (Raithby et Chui, 1990 ; Chui et al., 1992 ; Chui et Raithby, 1993 ; Chui et al., 1993). La différence essentielle entre la méthode des volumes finis et la méthode des ordonnées discrètes apparaît dans la discrétisation angulaire. En effet, à la place de la méthode des quadratures utilisée dans la MOD, les intégrales qui donnent les angles solides sont calculées analytiquement. Ce calcul analytique assure la validité des différents moments {Eq. (1.32)-(1.34)}. Ainsi, le bilan d'énergie radiative est satisfait même près des parois, et la méthode est alors totalement conservative. La MVF offre également un libre choix dans le maillage angulaire ce qui lui donne une grande flexibilité. Elle permet aussi le raffinement du maillage angulaire avec un esprit similaire aux calculs CFD. En guise, la MVF permet aux chercheurs de traiter le rayonnement avec un esprit familial aux spécialistes en CFD ce qui lui a permis de devenir la méthode de choix dans les calculs radiatifs et d'être de plus en plus utilisée.

2.2 Formulation mathématique et discrétisation

Considérons l'équation de transfert radiatif (ETR) donnée par l'équation (1.19) avec les conditions aux limites décrites par l'équation (1.20). Dans la méthode des volumes finis, on commence par subdiviser l'espace géométrique en des éléments de volumes et l'espace angulaire en des angles solides élémentaires. Ce maillage doit couvrir tout l'espace géométrique et tout l'espace angulaire (4π sr) sans chevauchement, ni entre les éléments de volumes ni entre les angles solides élémentaires. Pour chaque nœud P , nous obtiendrons une variable I_p^m qui est associée à chaque direction angulaire. Pour écrire l'équation algébrique associée à I_p^m , le transport de l'énergie radiative à travers chaque face du volume de contrôle V_p , dans la direction m , est approximé par une équation algébrique qui fait intervenir les valeurs de la luminance aux nœuds et les aires des surfaces de V_p . Il est important de vérifier la conservation du flux radiatif à travers chaque interface entre deux volumes de contrôle voisins.

Dans la suite, nous présenterons les éléments mathématiques et numériques nécessaires à l'implémentation de cette méthode. Nous nous limiterons au cas d'un cylindre axisymétrique. Cette axisymétrie réduit le problème à un problème de géométrie bidimensionnelle. Nous supposons également que le milieu est gris, cela signifie que la

luminance et les propriétés radiatives du milieu ne dépendent pas de la longueur d'onde, λ . Il est possible de formuler cette hypothèse autrement; nous pouvons supposer qu'on s'intéresse à une longueur d'onde particulière ou à une certaine plage de longueurs d'onde pour laquelle le milieu est gris. Cette dernière formulation est avantageuse dans le sens que la méthode des volumes finis, décrite dans ce chapitre, peut être utilisée pour le traitement de milieux non gris, rencontrés lors de l'étude de la combustion des gaz.

2.2.1 Discretisation du domaine géométrique

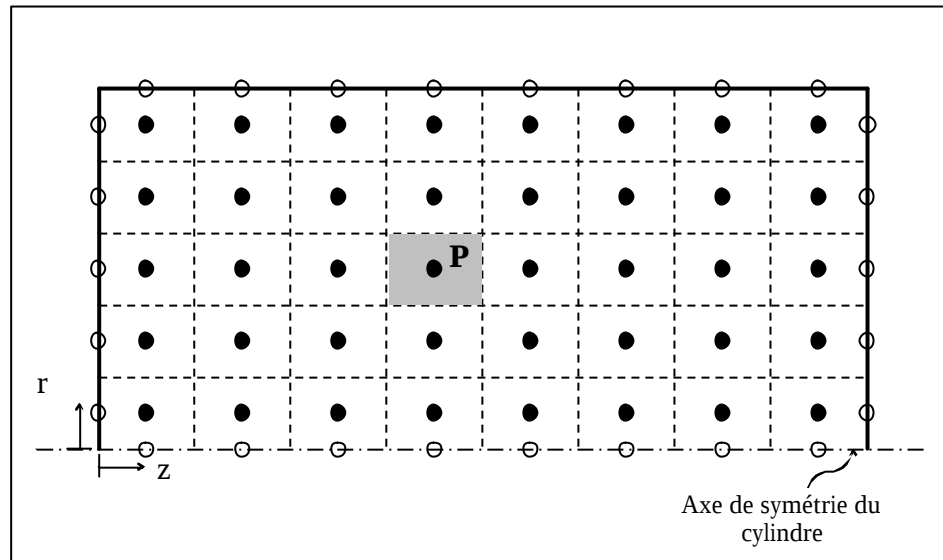


Figure 2.1 Schématisation d'une section longitudinale du cylindre

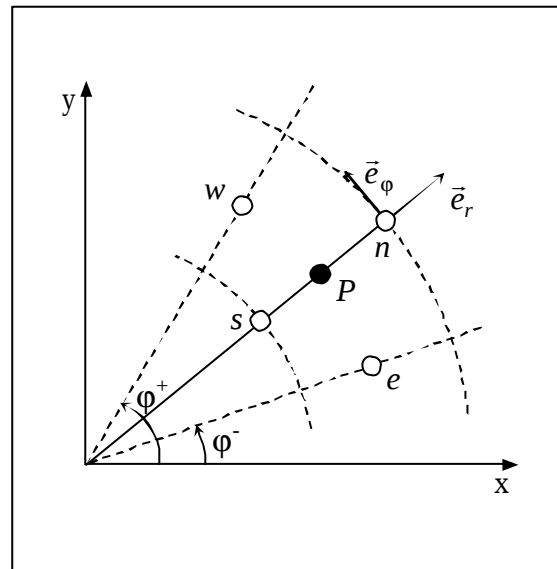


Figure 2.2 Élément de volume représenté dans un plan radial

Pour une configuration de géométrie cylindrique axisymétrique, l'étude du problème de transfert radiatif se ramène à un cas bidimensionnel qui sera représenté par une section longitudinale du cylindre. Cette section est schématisée sur la figure 2.1. Le domaine géométrique est maillé en le subdivisant en des éléments de volume ΔV (représentés en traits discontinus). Le pas de discrétisation sur la longueur du cylindre (axe z) est noté par Δz . Ce pas peut prendre des valeurs non uniformes et ainsi nous pouvons serrer le maillage lorsque cela s'avère nécessaire (zones de haut gradients de températures par exemple). Dans la direction radiale (axe r), le maillage est réalisé avec un pas Δr (figure 2.2). Ensuite, les nœuds de calcul sont placés aux centres des volumes de contrôle.

2.2.2 Discrétisation angulaire

D'une manière analogue à la précédente, l'espace angulaire est subdivisé en des angles solides élémentaires dont leur somme vaut 4π sr. Une manière simple de discrétisation consiste à diviser l'espace angulaire en $(N_\theta \times N_\psi)$ éléments d'angles solide, avec des pas $\Delta\theta$ et $\Delta\psi$. Ce maillage angulaire est schématisé sur la figure 2.3. Les angles solides élémentaires peuvent être ajustés par la variation des pas $\Delta\theta$ ou $\Delta\psi$, selon la physique du problème.

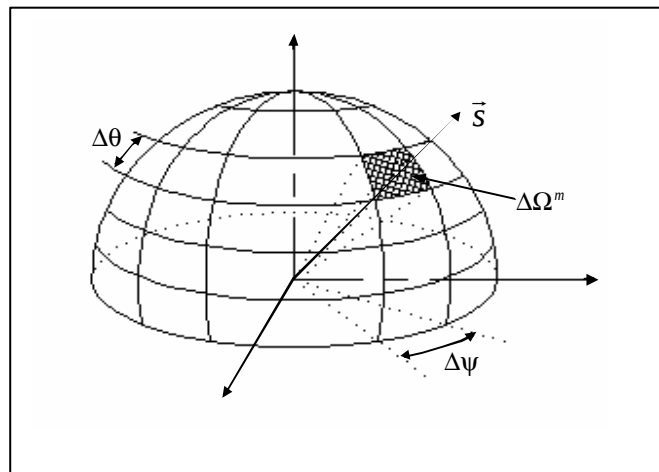


Figure 2.3 Discrétisation angulaire

2.2.3 Définition de la direction angulaire

Considérons un rayonnement qui se propage dans une direction $\vec{s}$. L'écriture de $\vec{s}$ dans une base vectorielle définit parfaitement cette direction. On peut alors distinguer trois alternatives possibles : base cartésienne, base cylindrique ou base sphérique. Le choix du système de coordonnées est immédiat lorsqu'il s'agit d'un domaine géométrique cartésien,

cylindrique ou sphérique. Il est important de noter que les vecteurs de la base cartésienne ne varient pas avec le domaine géométrique. Ainsi, un couple (θ, ϕ) définit la même direction $\vec{s}$ en tout point du domaine (Figure 2.4a). Cependant, l'orientation des vecteurs des bases cylindriques et sphériques varie dans l'espace géométrique. Par conséquent, et puisque l'équation de transfert radiatif décrit la variation de la luminance le long d'un chemin rectiligne ds , un terme appelé *Terme de Redistribution Angulaire* apparaît dans le cas d'un système de coordonnées non cartésien (Moder et al., 1996).

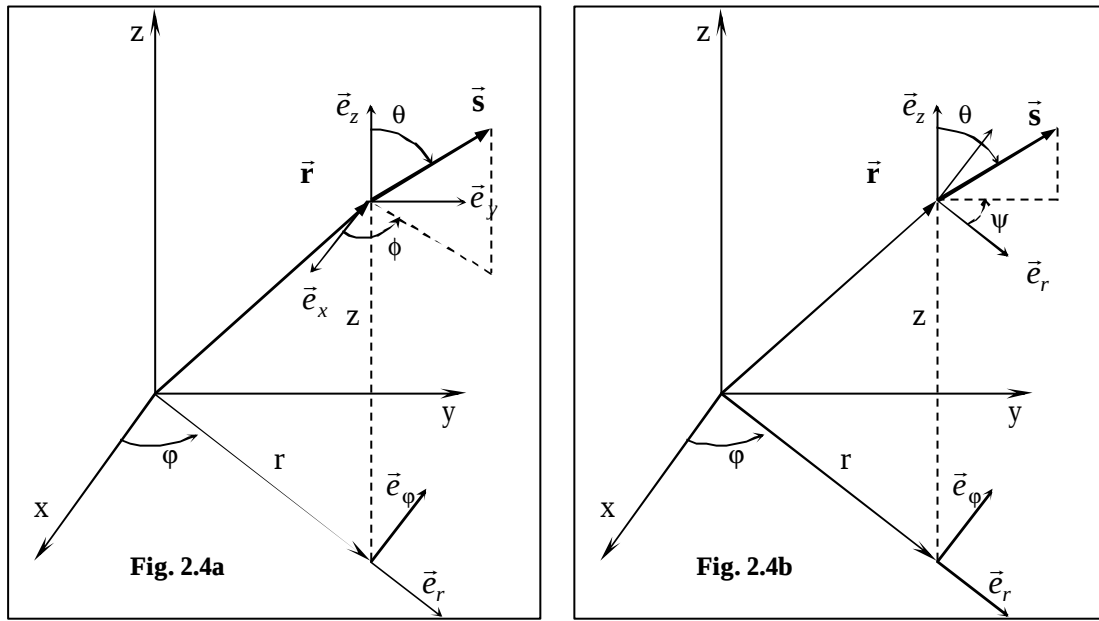


Figure 2.4 Définition du vecteur directionnel $\vec{s}$
a) dans une base cartésienne b) dans une base cylindrique

Dans ce travail nous utilisons le système de coordonnées cylindriques, schématisé sur la figure 2.4b. L'avantage de ce choix est que le chevauchement des angles de contrôle avec les surfaces des éléments de volumes ou des parois, «*control-angle overlaps*», ne se produira pas et que pour un problème axisymétrique, comme c'est le cas dans ce travail, la luminance est indépendante de la coordonnée spatiale ϕ . L'inconvénient réside dans l'apparition du terme de redistribution angulaire.

2.2.4 Formulation mathématique

La forme discrétisée de l'équation de transfert radiatif est obtenue par l'intégration de l'équation (1.19) sur un élément de volume ΔV et sur un angle solide élémentaire $\Delta\Omega^m$, schématisés sur les figures 2.5a et 2.5b, respectivement.

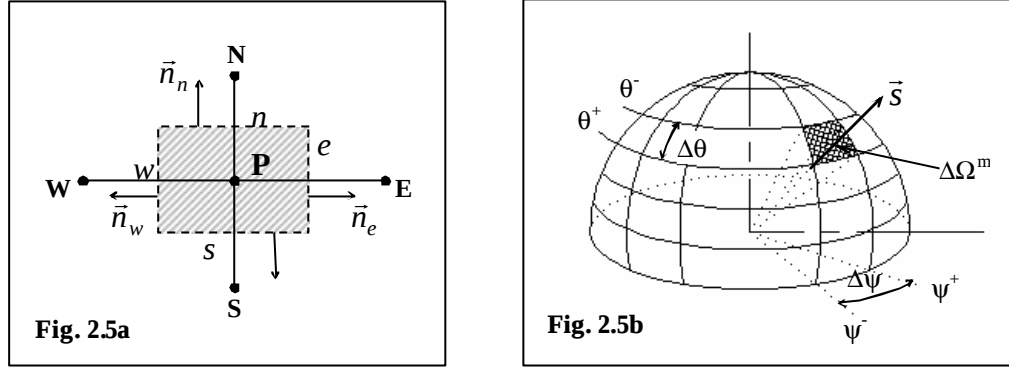


Figure 2.5 : a) Élément de volume, b) Angle de contrôle

Réécrivons l'équation de transfert radiatif donnée par l'équation (1.19) et la condition aux limites correspondante {Eq. (1.20)}.

$$\frac{dI(\vec{r}, \vec{s})}{ds} = \vec{s} \cdot \nabla I(\vec{r}, \vec{s}) = \kappa_b(\vec{r}) - \beta I(\vec{r}, \vec{s}) + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{4\pi} I(\vec{r}, \vec{s}_i) \mathbf{F}(\vec{s}_i, \vec{s}) d\Omega_i \quad (2.2)$$

$$I(\vec{r}_p, \vec{s}) = \varepsilon_p I_b(\vec{r}_p) + \frac{1 - \varepsilon_w}{\pi} \int_{\vec{s} \cdot \vec{n}_p < 0} I(\vec{r}_p, \vec{s}') |\vec{s}' \cdot \vec{n}_p| d\Omega' \quad (2.3)$$

Dans l'équation (2.2) le terme de gauche qui décrit la variation de la luminance le long du chemin rectiligne $(ds \cdot \vec{s})$ s'écrit en coordonnées cylindriques comme suit :

$$\begin{aligned} \left. \frac{dI(\vec{r}, \vec{s})}{ds} \right|_{\vec{s}} &= \vec{s} \cdot \nabla I(\vec{r}, \vec{s}) \Big|_{\vec{s}} = \nabla(\vec{s} \cdot I) \Big|_{\vec{s}} \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial(r\mu I)}{\partial r} \Big|_{\varphi z \theta \phi} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\eta I)}{\partial \varphi} \Big|_{r z \theta \phi} + \frac{\partial(\xi I)}{\partial z} \Big|_{r \varphi \theta \phi} \end{aligned} \quad (2.4)$$

En coordonnées cylindriques, l'angle azimutal dénoté par ψ sur la figure 2.5b est défini par rapport au vecteur unitaire $\vec{e}_r$, ainsi la direction $\vec{s}$ s'écrit

$$\begin{aligned} \vec{s} &= (\sin \theta \cos \psi) \vec{e}_r + (\sin \theta \sin \psi) \vec{e}_\varphi + (\cos \theta) \vec{e}_z \\ &= \mu \vec{e}_r + \eta \vec{e}_\varphi + \xi \vec{e}_z \end{aligned} \quad (2.5)$$

où μ , η et ξ sont les cosinus directeurs associés à la direction $\vec{s}$.

Et puisque l'orientation de $\vec{e}_r$ et de $\vec{e}_\varphi$ varie avec l'ordonnée φ , la définition de $\vec{s}$ dans la base (θ, ψ) dépendra de φ , et donc

$$\frac{\partial(\eta I)}{\partial \varphi} \Big|_{r z \vec{s}} = \frac{\partial(\eta I)}{\partial \varphi} \Big|_{r z \theta \psi} \frac{\partial \varphi}{\partial \varphi} \Big|_{r z \vec{s}} + \frac{\partial(\eta I)}{\partial \psi} \Big|_{r \varphi z \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \Big|_{r z \vec{s}} \quad (2.6)$$

Sachant que $\psi = \phi - \varphi$, l'équation (2.4) devient

$$\begin{aligned} \frac{dI(\vec{r}, \vec{s})}{ds} \Big|_{\vec{s}} &= \frac{1}{r} \frac{\partial(r\mu I)}{\partial r} \Big|_{\varphi z \theta \psi} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\eta I)}{\partial \varphi} \Big|_{r z \theta \psi} + \frac{\partial(\xi I)}{\partial z} \Big|_{r \varphi \theta \psi} - \frac{1}{r} \frac{\partial(\eta I)}{\partial \psi} \Big|_{r \varphi z \theta} \\ &= \nabla(\vec{s} \cdot I) \Big|_{\theta \psi} - \frac{1}{r} \frac{\partial(\eta I)}{\partial \psi} \Big|_{r \varphi z \theta} \end{aligned} \quad (2.7)$$

L'équation de transfert radiatif en coordonnées cylindriques s'écrit alors

$$\nabla(\vec{s} \cdot I) \Big|_{\theta \psi} - \frac{1}{r} \frac{\partial(\eta I)}{\partial \psi} \Big|_{r \varphi z \theta} = \kappa I_b - \beta I + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{4\pi} I(\vec{s}_i) F(\vec{s}_i, \vec{s}) d\Omega_i \quad (2.8)$$

Cette équation fait apparaître une dérivée partielle par rapport à la variable angulaire ψ , $(\partial/\partial\psi)$, qui représente le terme de redistribution angulaire. Par ailleurs l'axisymétrie du problème est traduite par

$$\frac{\partial(I)}{\partial \varphi} \Big|_{r z \theta \psi} = 0 \quad \text{ou bien} \quad I(r, \varphi_1, z, \theta, \psi) = I(r, \varphi_2, z, \theta, \psi) \quad (2.9)$$

L'intégration de l'équation (2.8) sur un élément de volume ΔV , de contour Γ_v , et sur un élément d'angle solide $\Delta\Omega^m$, donne:

$$\begin{aligned} \int_{\Delta\Omega^m} \int_{\Delta V} \left\{ \nabla(\vec{s} \cdot I) \Big|_{\theta \psi} \right\} dV d\Omega - \int_{\Delta\Omega^m} \int_{\Delta V} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial(\eta I)}{\partial \psi} \Big|_{r \varphi z \theta} \right\} dV d\Omega &= \int_{\Delta\Omega^m} \int_{\Delta V} \kappa I_b dV d\Omega - \\ \int_{\Delta\Omega^m} \int_{\Delta V} \beta I dV d\Omega + \int_{\Delta\Omega^m} \int_{\Delta V} \left(\frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{4\pi} I(\vec{s}_i) F(\vec{s}_i, \vec{s}) d\Omega_i \right) dV d\Omega & \end{aligned} \quad (2.10)$$

En appliquant le théorème de la divergence au premier terme du premier membre de l'équation (2.10), on peut écrire

$$\begin{aligned}
& \int_{\Delta\Omega^m} \oint_{\Gamma_V} \left\{ I(\vec{s} \cdot \vec{n}) \right\}_{\theta\psi} dA d\Omega - \int_{\Delta\Omega^m} \int_{\Delta V} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial(\eta I)}{\partial\psi} \right\}_{r\varphi z\theta} dV d\Omega = \int_{\Delta\Omega^m} \int_{\Delta V} \kappa I_b dV d\Omega - \\
& \int_{\Delta\Omega^m} \int_{\Delta V} \beta I dV d\Omega + \int_{\Delta\Omega^m} \int_{\Delta V} \left(\frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{4\pi} I(\vec{s}_i) F(\vec{s}_i, \vec{s}) d\Omega_i \right) dV d\Omega
\end{aligned} \tag{2.11}$$

La différentiation directe du terme de redistribution angulaire n'est pas permise parce que cette opération peut affecter le critère de conservation. Pour éviter ce problème, Carlson et Lathrop, (1968) ont présenté un traitement spécial pour le calcul de ce terme en introduisant la relation suivante dans la méthode des ordonnées discrètes

$$\frac{\partial(\eta I^m)}{\partial\psi} = \frac{\alpha^{m+1/2} I_P^{m+1/2} - \alpha^{m-1/2} I_P^{m-1/2}}{\Delta\Omega^m} \tag{2.12}$$

Dans cette relation, $\alpha^{m+1/2}$ et $\alpha^{m-1/2}$ sont des coefficients de courbure reliés par l'équation suivante

$$a^{m+1/2} I_P^{m+1/2} - a^{m-1/2} I_P^{m-1/2} = \frac{r_P}{\Delta V} \sum_{i=t,b,n,s} \Delta A_i D_i^m \tag{2.13}$$

où, $D_i^m = \int_{\Delta\Omega^m} (\vec{s} \cdot \vec{n}_i) d\Omega$ est le poids directionnel, dans la direction m , et à la face i , et où

$$\Delta\Omega^m \text{ est l'élément d'angle solide donné par } \Delta\Omega^m = \int_{\theta^-\psi^-}^{\theta^+\psi^+} \sin \theta d\theta d\psi$$

Avec la méthode des volumes finis, il est possible d'utiliser une autre approche pour quantifier le terme de redistribution angulaire qui consiste à le calculer analytiquement

$$\begin{aligned}
\int_{\Delta V} \int_{\Delta\Omega} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial\psi} (\eta I) dV d\Omega &= \int_{\Delta V} \int_{\Delta\Omega} \frac{\partial}{\partial\psi} (\eta I) dr d\varphi dz d\Omega \\
&= \int_{\Delta V} \int_{\Delta\Omega} \frac{\partial}{\partial\psi} (\sin \theta \sin \psi I) dr d\varphi dz d\Omega \\
&= 2\pi \Delta z \Delta r (I^+ \sin \psi^+ - I^- \sin \psi^-) \left\{ \frac{\Delta\theta}{2} - \frac{1}{4} [\sin 2\theta^+ - \sin 2\theta^-] \right\}
\end{aligned} \tag{2.14}$$

La relation de Carlson et Lathrop définie par l'équation (2.13) peut être retrouvée en posant

$$a^{m+1/2} = \sin y^+ \left\{ \frac{\Delta q}{2} - \frac{1}{4} [\sin 2q^+ - \sin 2q^-] \right\}$$

$$a^{m-1/2} = \sin y^- \left\{ \frac{\Delta q}{2} - \frac{1}{4} [\sin 2q^+ - \sin 2q^-] \right\}$$

Ainsi, pour un problème axisymétrique, l'équation de transfert radiatif peut se discrétiser, dans un élément de volume ΔV et un élément d'angle solide $\Delta \Omega^m$, sous la forme suivante

$$\sum_{i=t,b,n,s} I_i^m \Delta A_i D_i^m - \frac{\Delta V}{r_p} (a^{m+1/2} I_p^{m+1/2} - a^{m-1/2} I_p^{m-1/2}) = \left[-bI^m + kI_b + \frac{s}{4p} \sum_{m'=1}^M I^{m'} \overline{F}_{m' \rightarrow m} \Delta \Omega^{m'} \right] \Delta \Omega^m \Delta V \quad (2.15)$$

Cette équation fait intervenir les luminances sur les faces du volume de contrôle. Puisque nous cherchons les luminances aux nœuds, des relations d'interpolations entre la luminance sur les faces et celles aux nœuds des volumes de contrôle seront nécessaires. Pour cela, nous utilisons le schéma **STEP** donné par

$$I_i^m = \max(\Delta A_i D_i^m, 0) I_p^m - \max(-\Delta A_i D_i^m, 0) I_{P_i}^m \quad (2.16)$$

Dans cette relation, i représente la face du volume de contrôle à laquelle on cherche la valeur de la luminance I_i^m . P est le nœud qui se trouve au centre du volume de contrôle ΔV . P_i est le nœud se trouvant au centre du volume de contrôle voisin à P par la face i . Physiquement, ce schéma donne à la luminance sur une face du volume de contrôle la valeur de celle calculée au nœud placé à l'amont de cette face. L'avantage du schéma **STEP** est qu'il est stable et qu'il ne fait pas apparaître des luminances négatives lors des calculs.

Les luminances $I_p^{m+1/2}$ et $I_p^{m-1/2}$ calculées dans les directions $\vec{s}^{m+1/2}$ et $\vec{s}^{m-1/2}$, et qui sont introduites dans l'équation (2.12), sont supposées égales aux luminances dans les direction $\vec{s}^m$ et $\vec{s}^{m-1}$, respectivement, et ce en écrivant $I_p^{m+1/2} = I_p^m$ et $I_p^{m-1/2} = I_p^{m-1}$.

Finalement, la forme discrétisée de l'équation de transfert radiatif s'écrit

$$\begin{aligned}
& \left[\sum_{i=e,w,n,s} \max(\Delta A_i D_i^m, 0) - \frac{\Delta V}{r_p} \alpha^{m+1/2} + \beta_{\text{mod}} \Delta V \Delta \Omega^m \right] I_P^m \\
&= \sum_{i=e,w,n,s} \max(-\Delta A_i D_i^m, 0) I_{P_i}^m - \frac{\Delta V}{r_p} \alpha^{m-1/2} I_P^{m-1} \\
&+ \left[\kappa I_b + \frac{\sigma_s}{4\pi} \sum_{m' \neq m}^M I^{m'} \bar{F}_{m' \rightarrow m} \Delta \Omega^{m'} \right] \Delta \Omega^m \Delta V
\end{aligned} \tag{2.17}$$

avec

$\beta_{\text{mod}} = \beta - \frac{\sigma_s}{4\pi} F_{m \rightarrow m} \Delta \Omega^m$ représente le coefficient d'extinction modifié.

$F_{m' \rightarrow m}$ est la fonction de phase de diffusion de la direction $\vec{s}^{m'}$ vers la direction $\vec{s}^m$.

$\bar{F}$ représente sa valeur moyenne, et elle est donnée par

$$\bar{F}_{m' \rightarrow m} = \frac{\int_{\Delta \Omega^m} \int_{\Delta \Omega^{m'}} F(\vec{s}', \vec{s}) d\Omega' d\Omega}{\Delta \Omega^m \Delta \Omega^{m'}} \tag{2.18}$$

Pour la fermeture du problème, la condition aux limites donnée par l'équation (2.3) et aussi discrétisée. Pour une surface opaque, grise et diffuse, la condition aux limites s'écrit sous forme discrétisée comme suit

$$I_w^m = \epsilon_w I_{b,w}(T_w) + \frac{1 - \epsilon_w}{\pi} \sum_{\vec{s}' \cdot \vec{n}_w < 0} I_w^{m'} |D_w^{m'}| \text{ pour } \vec{s} \cdot \vec{n}_w > 0 \tag{2.19}$$

2.2.5 Procédure de résolution

La discrétisation par la méthode des volumes finis fournit un système d'équations algébrique où les luminances $I^m(i,j)$ sont les inconnues et qui sera résolu par une méthode itérative. Pour une direction donnée, l'équation de transfert radiatif est résolue sur tous les volumes de contrôle. Un exemple de schéma de parcourt qui peut être adopté est représenté sur la figure 2.6. La procédure est répétée pour toutes les directions, et elle s'arrête lorsque le critère de convergence suivant est satisfait

$$\left| \frac{I^{m,n}(i,j) - I^{m,old}(i,j)}{I^{m,n}(i,j)} \right| \leq \epsilon \tag{2.16}$$

où ε est une erreur relative, ici choisie égale à 10^{-4} .

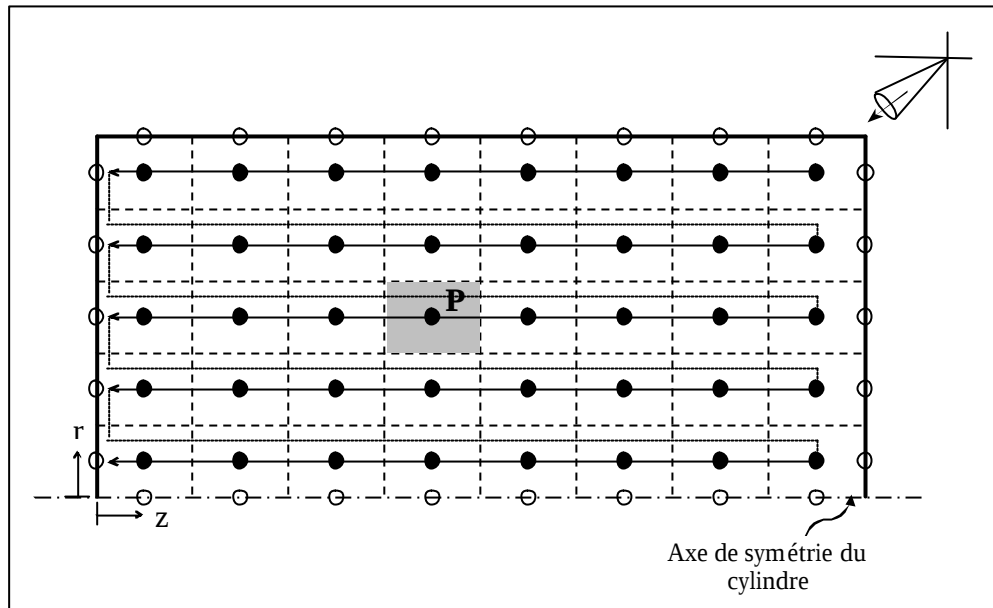


Figure 2.6 Chemin de parcours dans la procédure de résolution

2.3 Résultats et discussion

Dans cette section nous commençons par valider la procédure numérique sur des cas de références, numériques et expérimentaux. Ensuite, nous utiliserons cette procédure numérique pour étudier le transfert radiatif dans un prototype d'un brûleur d'une turbine à gaz. Les résultats obtenus seront discutés et comparés avec ceux trouvés par la méthode des ordonnées discrètes et avec les mesures expérimentales.

2.3.1 Validations: milieux non diffusifs

Pour un milieu non diffusif, la procédure numérique est validée sur quatre cas tests de référence. Le premier, correspond à un cylindre isotherme. Le second, traite un cylindre non isotherme ayant un profil de température qui varie linéairement avec l'axe z du cylindre. Le troisième cas test est celui d'un four de combustion ayant un profil de température qui présente un maximum près du centre du cylindre. La quatrième configuration de validation correspond à un four expérimental cylindrique chauffé par la combustion du gaz naturel (four IFRF).

a- Cylindre isotherme

Dans cette première validation, il s'agit d'un cylindre rempli d'un milieu participant, non diffusif ($\sigma_s=0$) et qui est maintenu à une température constante $T_g=100K$. Le cylindre a une longueur de 2m et un rayon de 1m. Ses parois sont supposées noires et froides ($T_p=0K$). Dua et Cheng, (1975) ont présenté une solution exacte du problème à laquelle plusieurs travaux ont été comparés (Mengüç et Viskanta, 1985 ; Nunes et Naraghi, 1998 ; Baek et Kim, 1997).

Sur la figure 2.7 nous avons représenté l'évolution axiale du flux radiatif radial à la paroi latérale. Ce flux est normalisé par rapport à $\sigma \cdot T_g^4$, et il est représenté pour différentes valeurs de l'épaisseur optique ($\tau=\beta R$). Le maillage spatial utilisé est $(N_z \times N_r)=(35 \times 15)$, le maillage angulaire est $(N_\theta \times N_\psi)=(12 \times 16)$. Pour une raison de symétrie l'évolution du flux radiatif a été représentée pour la moitié du cylindre. A partir de cette figure, on peut noter que le flux radiatif présente un maximum en $z/L=0.5$; et qu'il décroît rapidement au voisinage des bases du cylindre. Par ailleurs on constate qu'une diminution de l'épaisseur optique a pour effet de réduire et d'uniformiser le transfert d'énergie radiative vers la paroi. Le plus important est que cette figure montre une bonne concordance avec les résultats de Dua et Cheng, (1975).

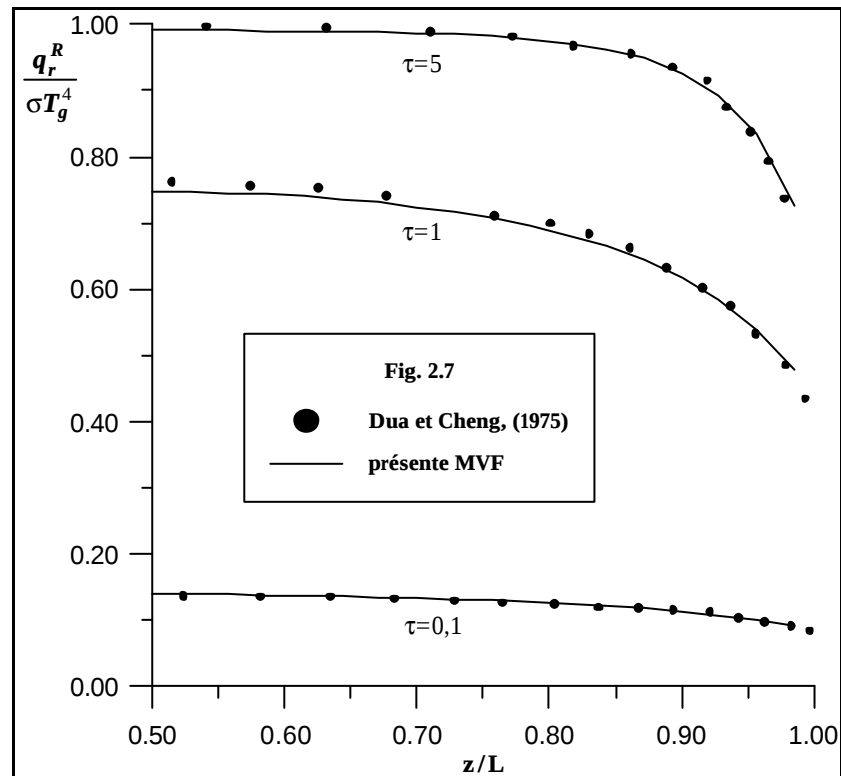


Figure 2.7 Flux radiatif radial à la paroi latérale.

Sur la figure 2.8 nous avons rapporté l'évolution du flux radiatif axial au niveau de la paroi latérale. Pour la même raison de symétrie le flux est représenté pour la moitié du cylindre. Pour la deuxième moitié du cylindre, le sens du transfert radiatif est évidemment inversé. La figure 2.8 montre une bonne concordance de nos résultats par comparaison à ceux trouvés par Dua et Cheng, (1975).

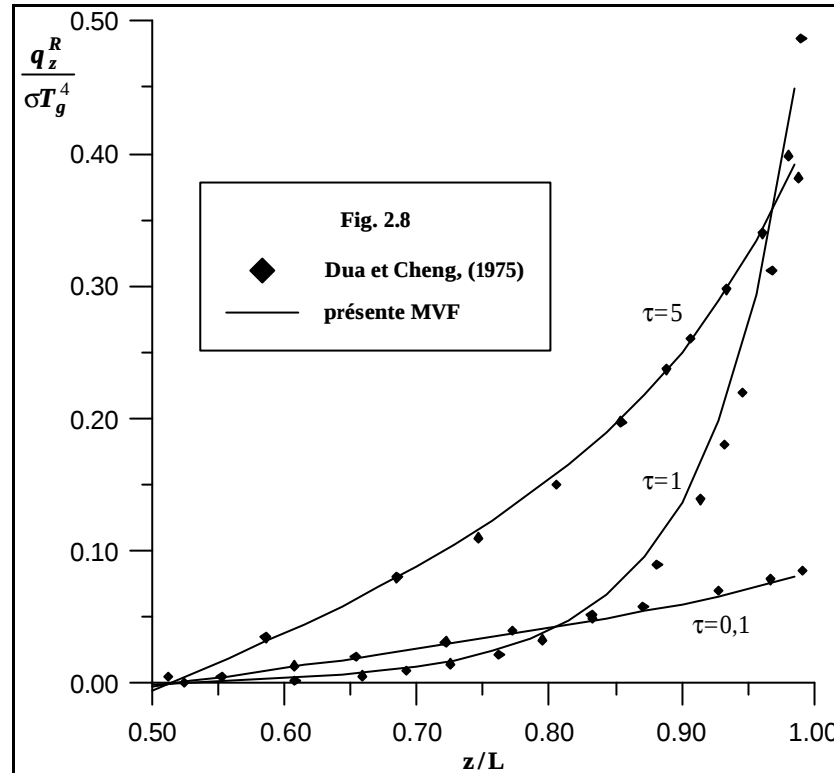


Figure 2.8 Flux radiatif axial à la paroi latérale.

b- Cylindre non isotherme ayant un profil axial de température qui varie linéairement

Dans ce deuxième cas test, défini par Heap et al. (1977) et étudié par Marakis et al. (2000), nous traitons le cas d'un cylindre de longueur 6,29m et de rayon 1,11m qui est rempli d'un milieu semi-transparent participant, non diffusif. Le milieu est subdivisé axialement en 17 zones homogènes. La température varie linéairement selon l'axe du cylindre et elle est donnée par $T_i = 2000 - 100(i-1)$, $i = 1 \dots 17$. Les parois sont maintenues à une température constante $T_w = 300K$ et elles ont une émissivité $\varepsilon_w = 0,5$. Les prédictions du flux radiatif sur la paroi latérale du cylindre sont représentées sur la figure 2.9 et elles sont comparées à ceux trouvées par la Méthode des Zones, utilisée par Heap et al. (1977). Pour les deux valeurs de l'épaisseur optique utilisées, le résultat obtenu par la MVF présente une

bonne concordance avec la Méthode des Zones. Ces résultats sont obtenus en utilisant un maillage géométrique $(N_z \times N_r) = (17 \times 10)$ et un maillage angulaire $(N_\theta \times N_\psi) = (8 \times 12)$.

La figure 2.9 montre que les pertes radiatives vers les parois sont maximales dans la zone où la température est maximale (entrée du cylindre). En se rapprochant de la sortie du cylindre, la température devienne très proche de celle des parois, les valeurs minimales du flux radiatif sur la paroi latérale du cylindre apparaissent dans cette zone.

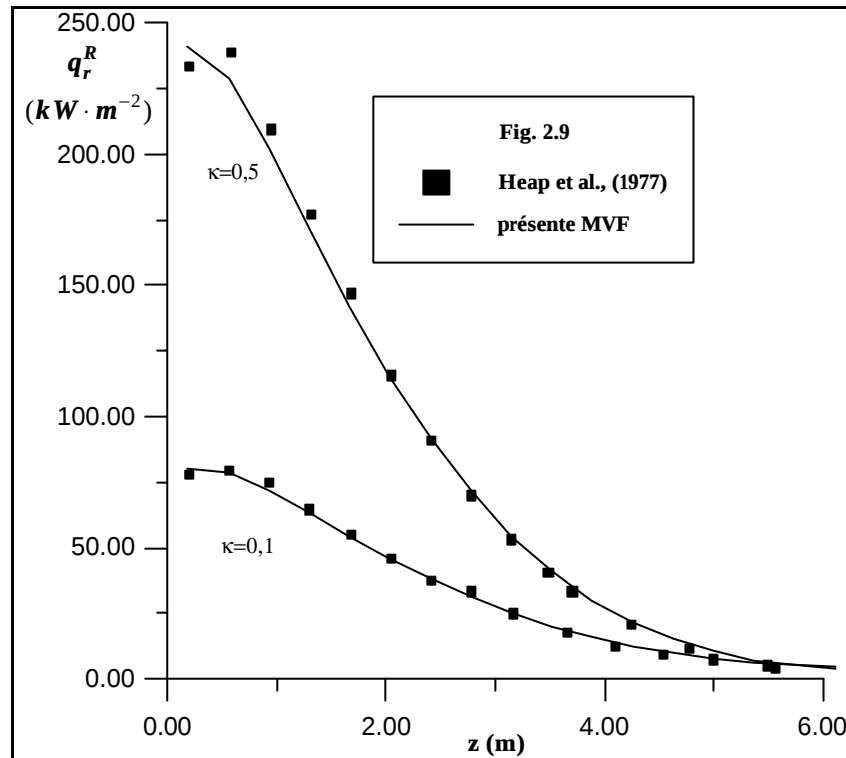


Figure 2.9 Flux radiatif radial à la paroi latérale

c- Four cylindrique ayant un profil de température qui présente un maximum près du centre

Dans ce troisième cas, on considère un four cylindrique de longueur 6m et de rayon 1m qui est rempli par un milieu semi-transparent participant, non diffusant. La température dans ce cylindre varie axialement selon le champ donné par le Tableau 2.1 (Chui et al., 1993). Les parois du four, supposées noires, sont maintenues à une température constante $T_w = 500K$. Le flux radiatif sur la paroi latérale est calculé pour différentes valeurs de l'épaisseur optique que l'on suppose uniforme. Les résultats obtenus, calculés avec un maillage géométrique $(N_z \times N_r) = (18 \times 8)$ et un maillage angulaire $(N_\theta \times N_\psi) = (6 \times 12)$, sont représentés sur la figure 2.10 et ils sont comparés aux valeurs exactes (Chui et al., 1993).

A partir de cette figure on constate que le flux radiatif est maximal dans les zones où la température est la plus élevée. Comme dans le cas précédent, le même effet de la variation de l'épaisseur optique est observé. Une diminution de τ engendre une diminution du flux radiatif sur la paroi latérale. Les résultats de la figure 2.10 présentent une bonne concordance avec les valeurs exactes (Chui et al., 1993).

Tableau 2.1 Champ de température dans le domaine (Chui et al., 1993)

Direction z																	
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
T_i K	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900	2000	1900	1800	1700	1600	1500	1400
	18																

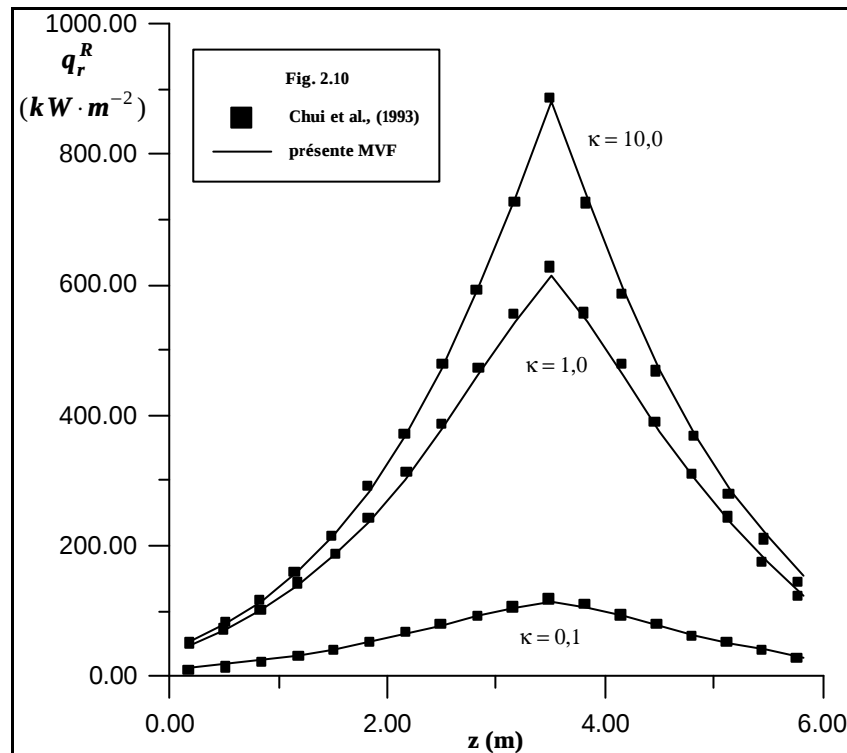


Figure 2.10 Flux radiatif radial à la paroi latérale, dans le cas d'un milieu non isotherme

d- Four cylindrique expérimental de l'IFRF

La dernière configuration de validation correspond à un four expérimental de l'IFRF (*International Flame Research Foundation*) qui est étudié expérimentalement par Wu et Fricker (1971). Dans cette configuration le four cylindrique fait 5m de long et 0,45m de rayon. Les parois latérales, refroidies par l'eau, ont une température $T_w=425\text{K}$ et elles ont une émissivité $\epsilon_w=0,8$. Les bases du cylindre, supposés noires ($\epsilon_w=1$), sont maintenues à la

température 425K. Expérimentalement, le four est chauffé par la combustion du gaz naturel, le champ de température engendré est donné dans le Tableau 2.2 (Jamaluddin et Smith, 1988b ; Marakis et al., 2000). Les gaz de combustion obtenus sont supposés non diffusants; le coefficient d'absorption dans le four est supposé uniforme $\kappa=0,3\text{m}^{-1}$. Cette configuration a été considérée comme un cas expérimental de référence et elle a été abordée par plusieurs auteurs (Viskanta et Mengüç, 1987 ; Jamaluddin et Smith, 1988b ; Dua et Cheng, 1975 ; Mengüç et Viskanta, 1985 ; Kim 1998). Comparées à ces travaux, nos prédictions du flux radiatif sur la paroi latérale, rapportées sur la figure 2.11, présentent un accord satisfaisant avec les mesures expérimentales du flux radiatif. Le maillage géométrique utilisé dans ces calculs est $(N_z \times N_r) = (17 \times 3)$; le maillage angulaire est $(N_\theta \times N_\psi) = (6 \times 6)$.

Tableau 2.2 Champ de température dans le domaine (Jamaluddin et Smith, 1988b)

$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$	1470	1120	870	1600	1320	1070	1620	1470	1360	1610	1550	1370	1580	1520	1350	1520
	1470	1120	870	1600	1320	1070	1620	1470	1360	1610	1550	1370	1580	1520	1350	1520
	1470	1120	870	1600	1320	1070	1620	1470	1360	1610	1550	1370	1580	1520	1350	1520
	1470	1120	870	1600	1320	1070	1620	1470	1360	1610	1550	1370	1580	1520	1350	1520
	1470	1120	870	1600	1320	1070	1620	1470	1360	1610	1550	1370	1580	1520	1350	1520
	1470	1120	870	1600	1320	1070	1620	1470	1360	1610	1550	1370	1580	1520	1350	1520
	1470	1120	870	1600	1320	1070	1620	1470	1360	1610	1550	1370	1580	1520	1350	1520
	1470	1120	870	1600	1320	1070	1620	1470	1360	1610	1550	1370	1580	1520	1350	1520
	1470	1120	870	1600	1320	1070	1620	1470	1360	1610	1550	1370	1580	1520	1350	1520
	1470	1120	870	1600	1320	1070	1620	1470	1360	1610	1550	1370	1580	1520	1350	1520
	1470	1120	870	1600	1320	1070	1620	1470	1360	1610	1550	1370	1580	1520	1350	1520
	1470	1120	870	1600	1320	1070	1620	1470	1360	1610	1550	1370	1580	1520	1350	1520
	1470	1120	870	1600	1320	1070	1620	1470	1360	1610	1550	1370	1580	1520	1350	1520
	1470	1120	870	1600	1320	1070	1620	1470	1360	1610	1550	1370	1580	1520	1350	1520
	1470	1120	870	1600	1320	1070	1620	1470	1360	1610	1550	1370	1580	1520	1350	1520
	1470	1120	870	1600	1320	1070	1620	1470	1360	1610	1550	1370	1580	1520	1350	1520
	$T_w = 425 \text{ K}$															
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w = 425 \text{ K}$																
$T_w =$																

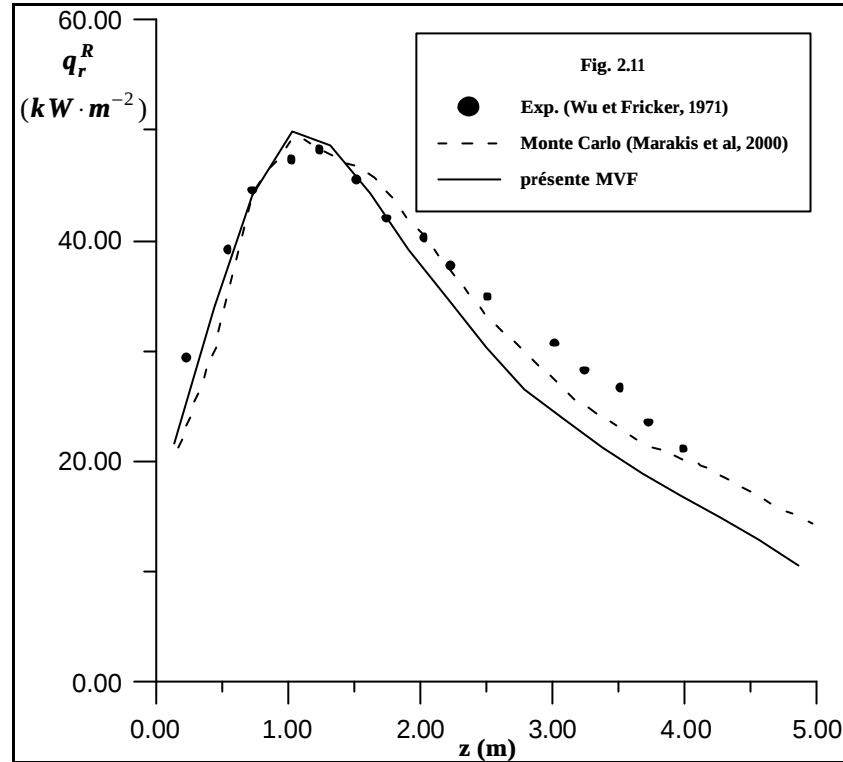
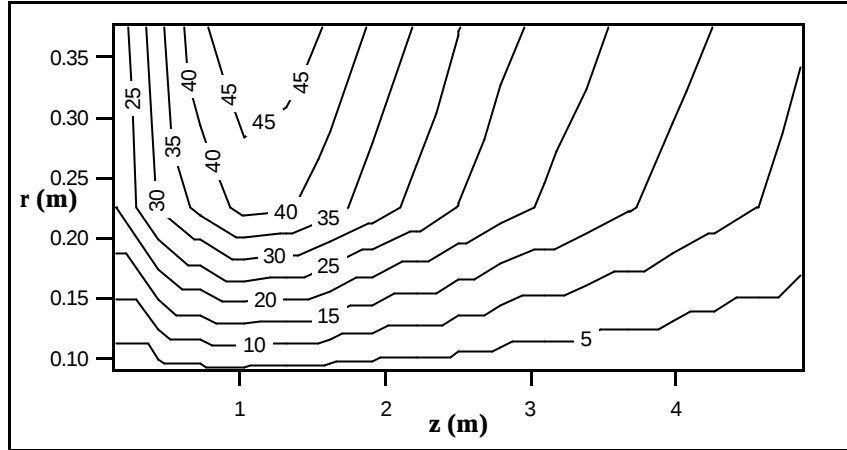
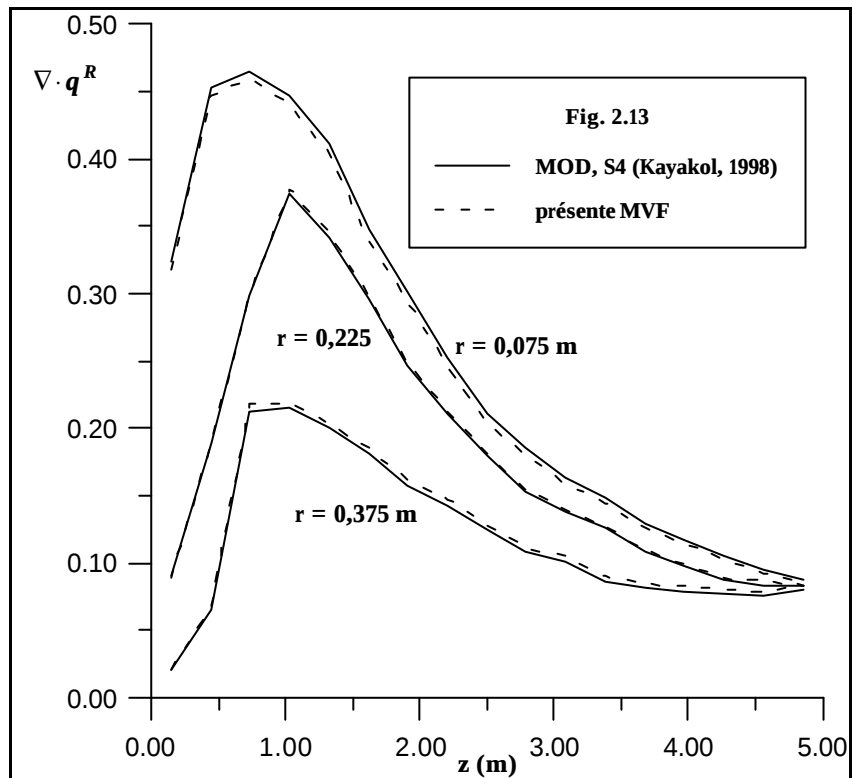


Figure 2.11 Comparaison du flux radiatif sur la paroi latérale basé sur la MVF avec la Méthode MC et avec les valeurs expérimentales

On remarque aussi que cet écart devient plus important à partir de la position $z = 4\text{m}$, toutefois, l'allure du flux radiatif dans cette zone est retrouvée. Il est à noter que la méthode Monte Carlo est une méthode exacte et qu'elle nécessite un temps de calcul très important et qu'elle n'est pas compatible avec les schémas de différence finis ou de la méthode des volumes finis lors du couplage avec l'écoulement. Pour avoir une idée plus claire sur le flux radiatif dans le four, des iso-contours qui représentent les iso-valeurs du flux radiatif sont illustrés sur la figure 2.12.

La divergence du flux radiatif est un terme qui a une contribution significative dans l'équation de conservation de l'énergie, sa prédiction en tous points du domaine est alors nécessaire lors du couplage du transfert radiatif avec l'écoulement. Sur la figure 2.13 nous avons rapporté l'évolution axiale de la divergence du flux radiatif normalisée pour différentes positions radiales, et nous l'avons comparé aux résultats trouvés par la méthode des ordonnées discrètes (Kayakol, 1998). La normalisation a été rapporté à $\sigma T_{\text{réf}}^4 / \pi$ où $T_{\text{réf}} = 1620\text{K}$. La comparaison montre une bonne concordance de nos résultats. La figure 2.13 montre également que la divergence du flux radiatif est maximale près de l'axe et qu'elle diminue tout en se rapprochant des parois latérales.

Figure 2.12 Distribution du flux radiatif dans le four IFRF ($\text{kW}\cdot\text{m}^{-2}$)Figure 2.13 Divergence du flux radiatif à différents rayons du four ($\text{kW}\cdot\text{m}^{-3}$)

2.3.2 Validations: milieux diffusifs

Pour valider la procédure numérique dans le cas d'un milieu diffusant, quatre fonctions de phase sont utilisées, en plus de la diffusion isotrope (F^01). Elles correspondent aux cas où la diffusion est vers l'avant ($F2$ et $F3$) et où la diffusion est vers

l'arrière (B1 et B2). Ces fonctions de phase sont étudiées par Kim et Lee (1988). Ils ont écrit ces fonction sous forme de séries de polynômes de Legendre comme suit

$$F(\vec{s}', \vec{s}) = \sum_{j=0}^N C_j P_j(\cos \Theta) \quad (2.17)$$

Dans cette dernière équation, les polynômes sont fonctions de l'angle de diffusion ($\Theta = (\vec{s}' \hat{\cdot} \vec{s})$) et les coefficients C_j qui multiplient les polynômes sont données par Kim et Lee (1988). Toutes ces fonctions de phase sont représentées sur la figure 2.14. Elles sont normalisées selon la condition de normalisation suivante

$$\int_{4\pi} F(\vec{s}', \vec{s}) d\Omega = 4\pi \quad (2.18)$$

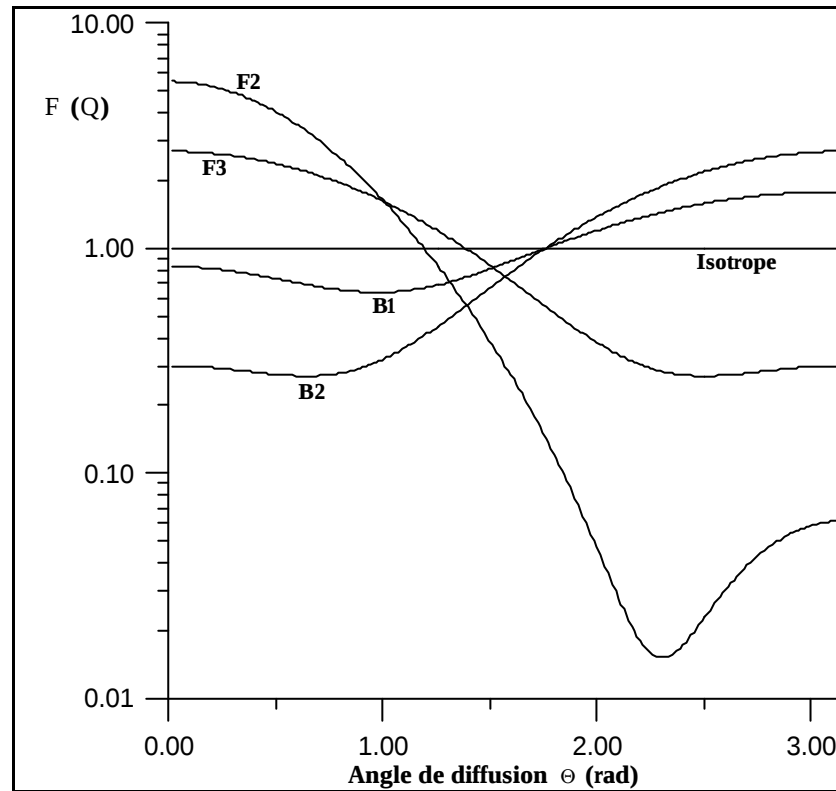


Figure 2.14 Fonctions de phase de diffusion

Pour ces milieux, trois configurations de validations de la méthode des volumes finis sont présentées. La première correspond à un milieu froid purement diffusif. Dans la seconde, on considère un cylindre fini non homogène et anisotherme contenant un milieu qui diffuse le rayonnement d'une manière isotrope. Dans la troisième configuration on reprend le cas du four de combustion ayant un profile de température qui présente un

maximum près du centre du cylindre où le milieu participe au transfert radiatif, cette fois, par émission, par absorption et aussi par diffusion.

a- Milieu cylindrique purement diffusif

Dans ce premier cas de validation, nous considérons un cylindre de longueur 2m et de rayon 1m contenant un milieu froid. Les parois latérales du cylindre sont chaudes, alors que les bases sont portées à une température nulle. En considérant une diffusion vers l'avant ayant une fonction de phase du type F3, nous avons rapporté sur la figure 2.15 le flux net radiatif adimensionnel sur les parois latérales du cylindre pour différentes valeurs de l'épaisseur optique τ et pour un albédo de diffusion $\omega=0,5$. L'analyse de cette figure montre que l'augmentation de l'épaisseur optique de $\tau=0,1$ à $\tau=5,0$ engendre un accroissement du transfert d'énergie dans le milieu et une uniformité du flux radiatif sur les parois latérales. Les résultats sont confrontés avec ceux calculés par la méthode des ordonnées discrètes et qui sont obtenus par Jendoubi et al. (1993). Cette comparaison montre un bon accord entre les deux résultats.

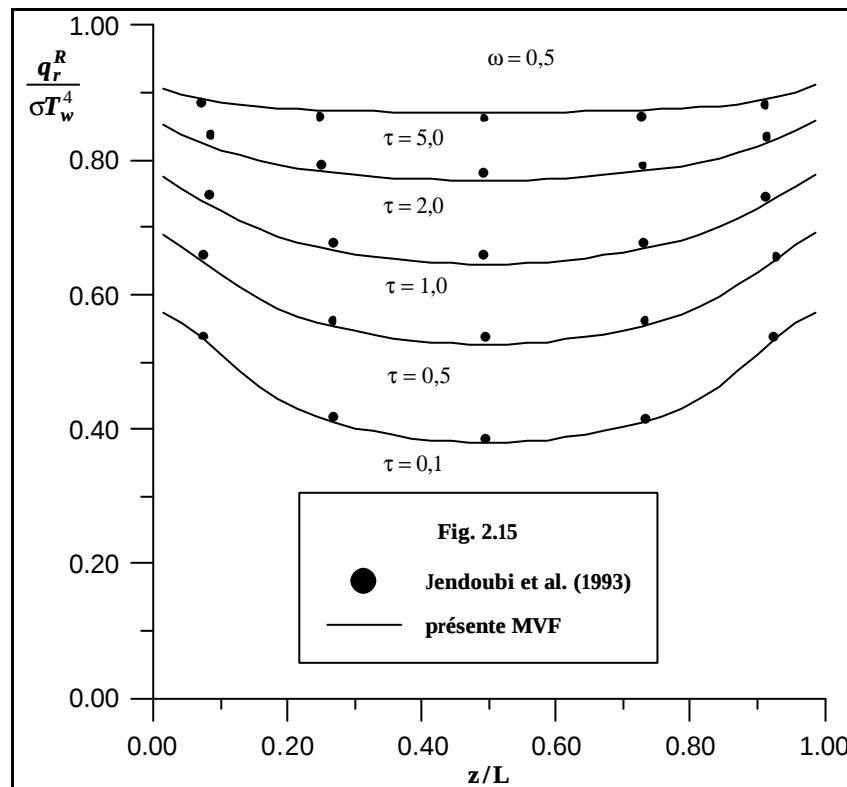


Figure 2.15 Flux radial sur la paroi latérale.

En utilisant d'autres fonctions de phase, et pour un albédo de diffusion $\omega=1$, le flux radiatif axial est représenté sur la figure 2.16. La symétrie du problème montre que les flux

axiaux sur les bases du cylindre ($q_z^R(z=0)$ et $q_z^R(z=L)$) sont égaux en valeur absolue mais de signes opposés. Sur la figure 2.16 nous avons rapporté le flux radiatif axial $q_z^R(z=0)$. Ces résultats montrent que le maximum de transfert est obtenu pour la fonction de phase F2, qui diffuse le maximum d'énergie radiative vers l'avant et que ce transfert est minimum lorsque la fonction de phase est du type B2. Les résultats sont également comparés à ceux obtenus par Jendoubi et al. (1993) et la comparaison montre un accord satisfaisant entre les résultats. Pour les deux figures 2.15 et 2.16, le flux net radiatif est normalisé par rapport à σT_w^4 .

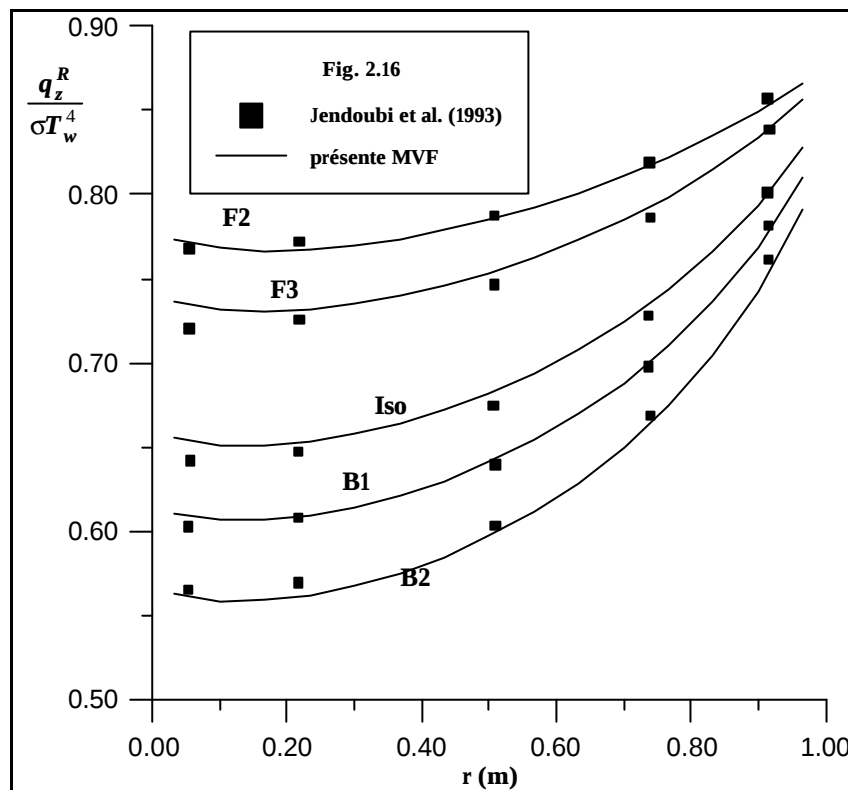


Figure 2.16 Flux axial sur les bases du cylindre

b- Milieu cylindrique non homogène diffusif

Dans le deuxième cas de validation, on reprend le même cylindre précédent qui fait 2m de long et 1m de diamètre. Cette fois, les parois du cylindre sont supposées transparentes et le milieu qui le remplit est un milieu chaud anisotherme et qui n'est pas homogène. Ce milieu participe au rayonnement thermique par absorption, par émission et par diffusion que l'on suppose isotrope. Les propriétés de ce milieu sont illustrées sur la figure 2.17. Pour cette configuration, nous avons rapporté l'évolution des flux radiatifs sur les parois du cylindre. La figure 2.18 présente le flux radiatif axial sur les bases du cylindre ($z = 0$ et $z =$

H). Sur cette figure, nous avons représenté le flux sans et avec diffusion et nous avons comparé le résultat avec celui obtenu par la méthode Monte Carlo (Walters et Buckius, 1992).

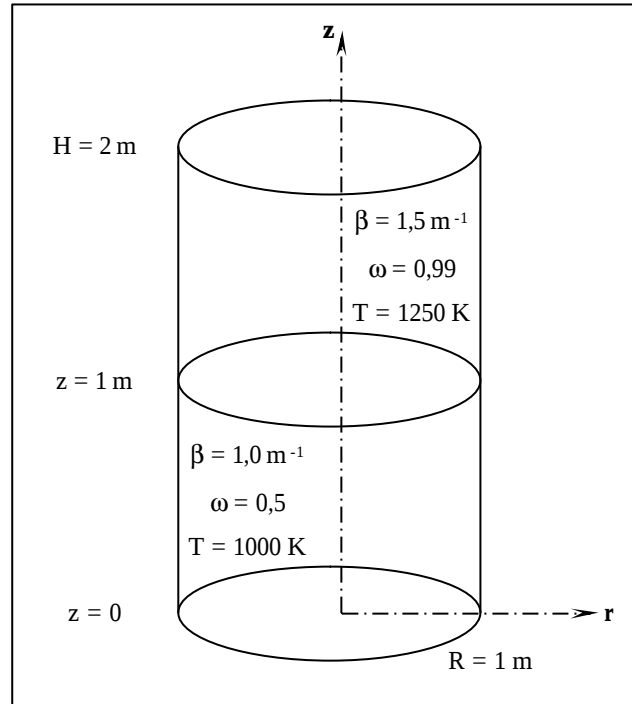


Figure 2.17 Schéma du cylindre avec les propriétés du milieu.

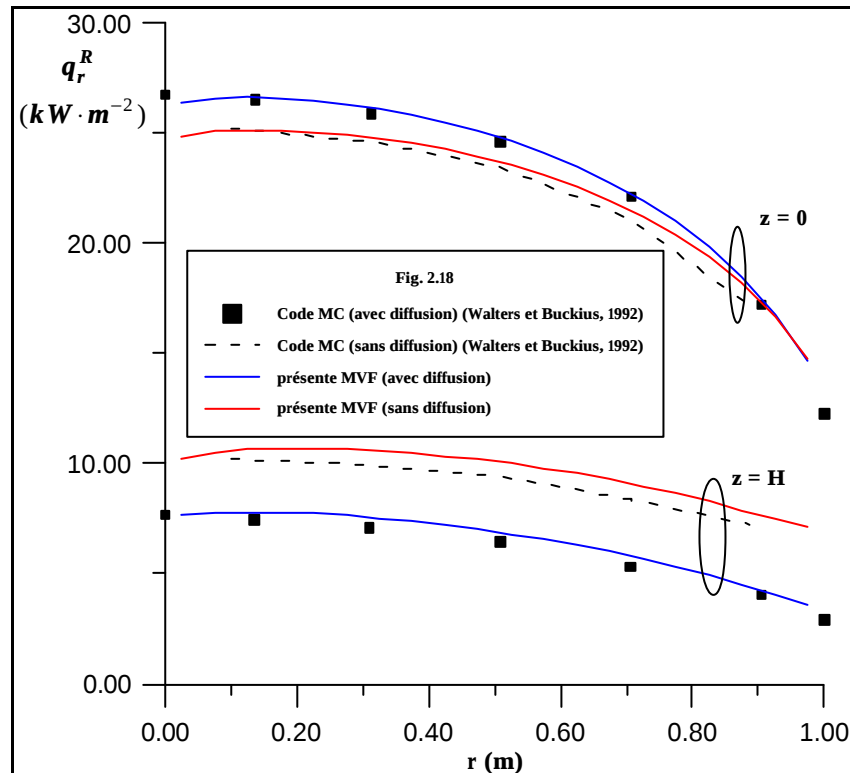


Figure 2.18 Flux radiatif axial sur les bases du cylindre.

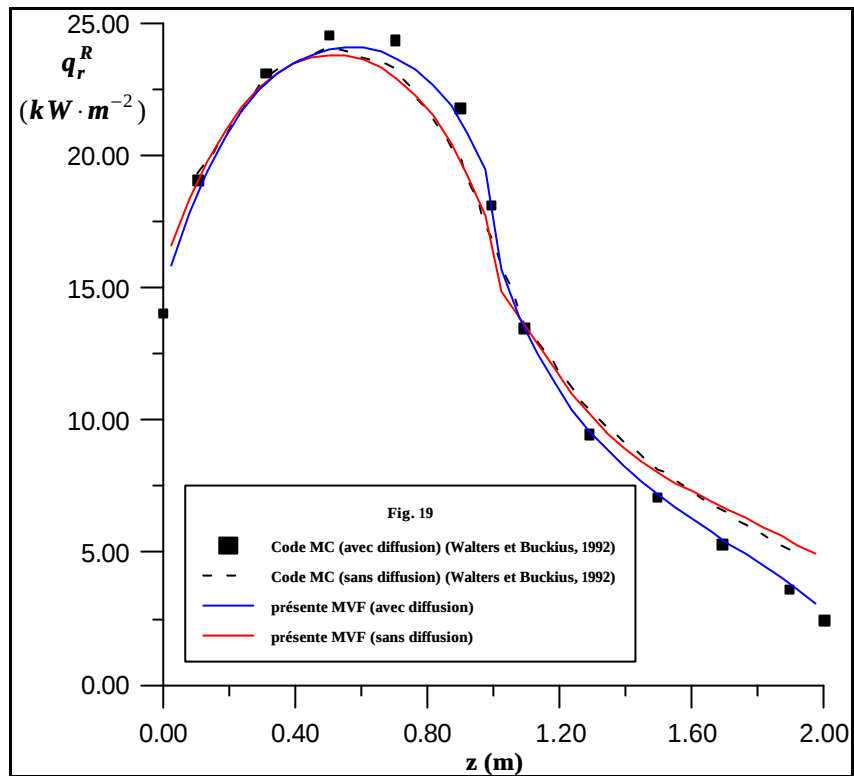


Figure 2.19 Flux radiatif radial sur la paroi latérale du cylindre.

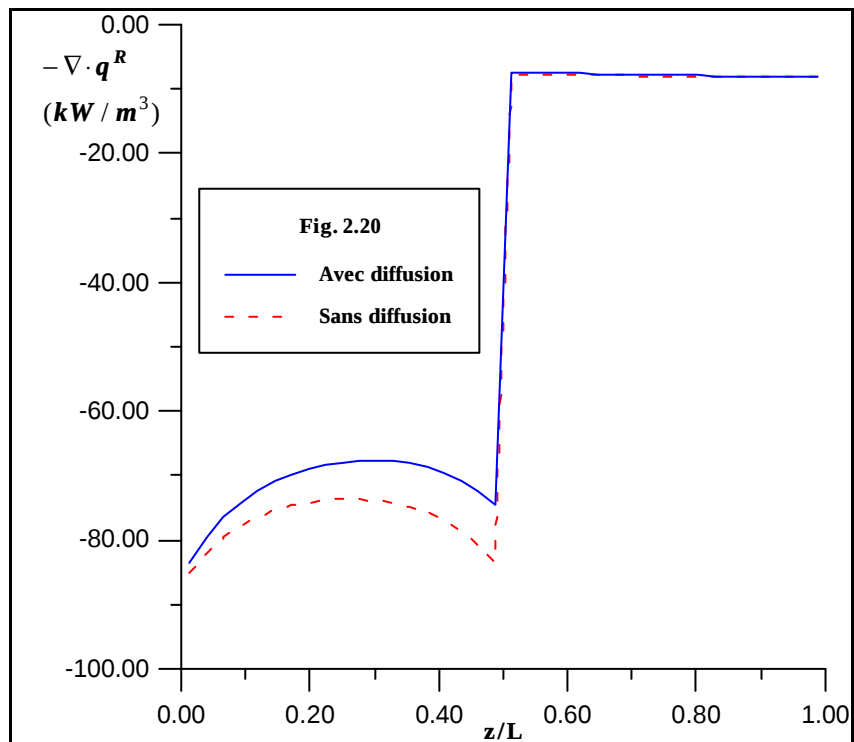


Figure 2.20 Divergence du flux radiatif le long de l'axe du cylindre.

Sur la figure 2.19, nous avons représenté le flux net radiatif sur la paroi latérale du cylindre ($r = R$). Les prédictions sont également présentées pour les deux cas, sans et avec diffusion, et elles sont confrontées avec celles trouvées par la méthode Monte Carlo (Walters et Buckius, 1992). Pour les deux figures 2.18 et 2.19, les calculs sont réalisés avec un maillage géométrique ($N_z \times N_r$) = (40×22) et un maillage angulaire ($N_\theta \times N_\psi$) = (8×12). La comparaison montre que le résultat obtenu avec la méthode des volumes finis présente un accord satisfaisant avec celui obtenu par la méthode Monte Carlo (Walters et Buckius, 1992).

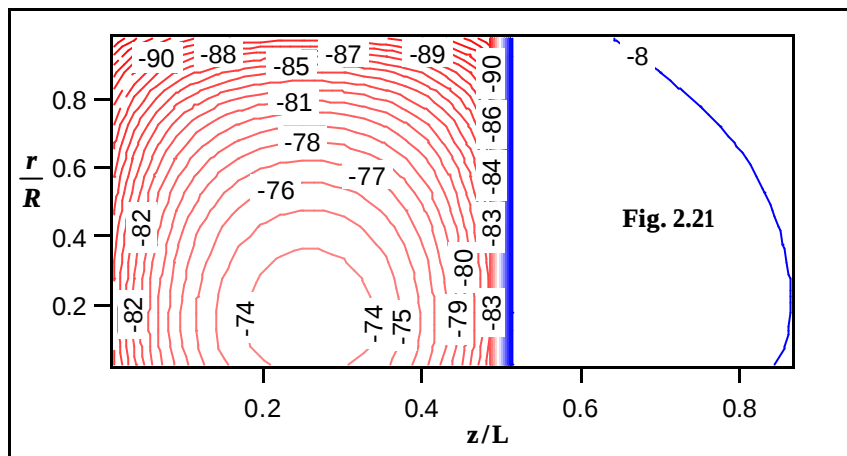


Figure 2.21 Iso-valeurs du terme source radiatif (sans diffusion).

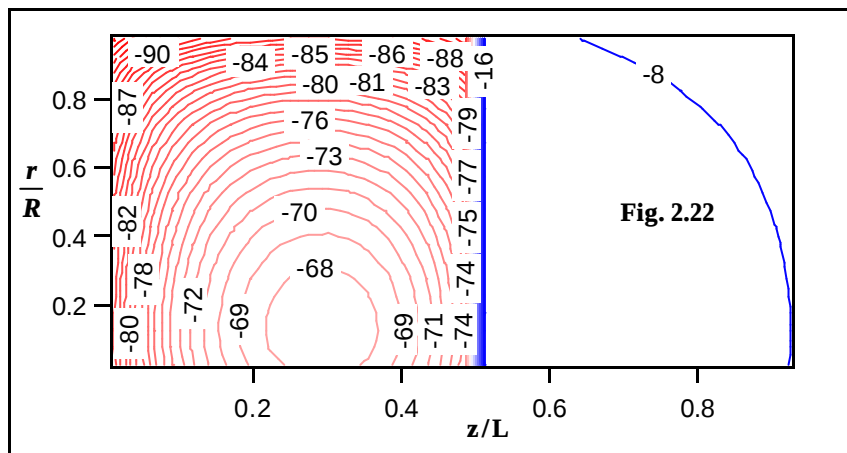


Figure 2.22 Iso-valeurs du terme source radiatif (avec diffusion).

Pour mettre en évidence l'effet de la diffusion sur le terme source radiatif, le terme source radiatif le long de l'axe du cylindre est représenté sur la figure 2.20. Cette figure

montre que la divergence du flux radiatif est diminuée en présence de la diffusion, particulièrement dans la première zone du cylindre ($0 \leq z/L \leq 0,5$). En effet, dans la seconde zone ($0,5 \leq z/L \leq 1$), le milieu est très diffusant ($\omega = 0,99$) et par conséquent l'absorption n'est pas très importante (κ faible), ce qui donne une divergence très faible. Cet effet est mieux illustré sur les figures 2.21 et 2.22 sur lesquelles nous avons représenté les contours des iso-valeurs du terme source radiatif. Ces deux figures confirment que la divergence n'est pas très importante dans la deuxième zone du cylindre ($0,5 \leq z/L \leq 1$).

c- Four cylindrique ayant un profil de température qui présente un maximum près du centre

Pour le troisième cas de validation, on considère le même four cylindrique étudié dans la section (cf. §2.3.1c-) où la température varie axialement dans le four. La diffusion est supposée être isotrope dans le milieu ($F^o 1$) et le coefficient d'extinction est $\beta = 1 \text{ m}^{-1}$. L'effet de la diffusion sur le transfert est illustré sur la figure 2.23 où nous avons considéré différentes valeurs de l'albédo de diffusion ω . À partir de cette figure, on remarque qu'une augmentation de ω engendre une diminution de la quantité d'énergie transférée vers les parois latérales du four.

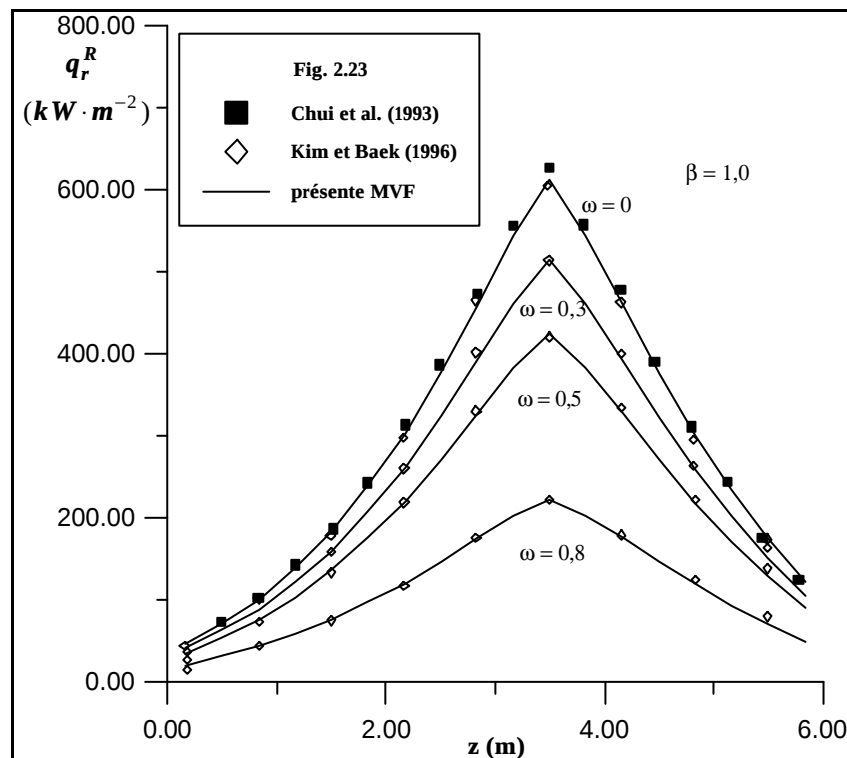


Figure 2.23 Flux radiatif radial à la paroi latérale pour différentes valeurs de l'albédo de diffusion

On remarque également que la distribution du flux radiatif sur ces parois devient plus uniforme. Ces constatations peuvent s'expliquer par la diminution dans l'émission de l'énergie radiative lorsque la diffusion augmente; puisque le coefficient d'extinction est supposé constant. Comparés aux résultats publiés par Kim et Baek (1996), les prédictions obtenues présentent un bon accord avec la référence citée. L'effet de la diffusion et son importance dans le transfert sont aussi illustré en comparant le flux radiatif sur les parois latérales du four dans le cas où le milieu n'est pas diffusif (Chui et al., 1993) avec les résultats obtenus.

2.4 Application de la Méthode des Volumes Finis pour le cas d'un prototype d'un brûleur d'une turbine à gaz

Dans cette section la méthode des volumes finis est utilisée pour l'étude du transfert radiatif dans un prototype d'un brûleur d'une turbine à gaz, décrit par (Kayakol, 1998; Kayakol et al., 2000). Bien que plusieurs travaux aient testé la méthode des volumes finis dans des milieux cylindriques, il reste important de comparer les résultats obtenus par cette méthode avec des mesures expérimentales. Dans ce sens, Kayakol et al. (2000) ont étudié expérimentalement un prototype d'un brûleur d'une turbine à gaz. Ils ont présenté des mesures expérimentales du flux radiatif incident sur les parois du brûleur auxquelles nous pouvons confronter les résultats de notre calcul numérique.

Le dispositif expérimental est constitué par une chambre de combustion cylindrique, de longueur 420mm et de diamètre 101,6mm. Elle est siège d'une flamme de diffusion turbulente de propane. Le débit du propane est de $0,9 \text{ l}\cdot\text{s}^{-1}$. Celui de l'air est de $42,5 \text{ l}\cdot\text{s}^{-1}$. Ces débits correspondent à un taux d'équivalence (equivalent ratio) de 0,5. Pour réduire les pertes thermiques, les parois latérales du brûleur sont entourées d'une fibre céramique (Al_2O_3). Dans ces conditions expérimentales, Kayakol et al. (2000) ont mesuré le champ de température. Ces mesures sont rapportées dans le Tableau 2.3. Ils ont mesuré également les champs de concentration du CO_2 et de H_2O . Ces mesures sont rapportées dans l'annexe **A1**. Les propriétés radiatives (coefficients d'absorption) du milieu résultant sont calculées pour chaque volume de contrôle en utilisant la relation :

$$\kappa = -(1/S)\ln(1 - \epsilon_g) \quad (2.19)$$

où S et ε_g représentent respectivement la longueur caractéristique et l'émissivité du gaz pour chaque volume de contrôle. Kayakol et al. (2000) ont déterminé l'émissivité du gaz à partir de la corrélation de Leckner (1972) en utilisant les concentrations de CO_2 et de H_2O et les températures mesurées. Le résultat de ces calculs est rapporté dans le Tableau 2.4. La méthode des volumes finis est appliquée à cette configuration pour prédire le flux radiatif incident sur la paroi latérale G^R du brûleur.

Tableau 2.3 Champ de température dans le prototype, (Kayakol et al., 2000)

		$(\varepsilon_w = 1)$														
		448	513	594	686	781	867	938	992	1029	1053	1073	1078	1065	1058	
1000 $(\varepsilon_w = 1)$		929	858	827	974	1038	1091	1135	1167	1189	1203	1211	1218	1216	1217	1058 $(\varepsilon_w = 0.8)$
		1101	1203	1059	1263	1295	1316	1331	1342	1349	1352	1349	1358	1367	1376	
		1395	1518	1499	1491	1444	1427	1422	1428	1428	1429	1432	1429	1426	1423	
		1331	1663	1690	1652	1580	1543	1528	1517	1513	1512	1503	1500	1497	1494	
		1354	1708	1781	1750	1686	1643	1610	1603	1594	1582	1582	1565	1547	1530	
		1356	1713	1812	1806	1764	1724	1694	1680	1664	1650	1633	1625	1617	1609	
		1344	1688	1837	1840	1818	1791	1766	1753	1729	1717	1700	1680	1660	1640	
		1296	1592	1861	1867	1855	1846	1818	1807	1788	1769	1755	1733	1711	1690	
		1220	1440	1866	1882	1885	1883	1863	1852	1833	1815	1794	1777	1760	1743	
		1131	1263	1849	1893	1904	1908	1900	1888	1870	1852	1830	1812	1794	1776	
300 $(\varepsilon_w = 1)$		1031	1061	1802	1900	1913	1926	1920	1912	1892	1881	1852	1843	1827	1812	
		905	808	1727	1907	1919	1933	1934	1928	1904	1900	1880	1862	1844	1827	
		814	628	1650	1908	1919	1937	1940	1936	1909	1907	1889	1872	1856	1840	

Tableau 2.4 Distribution des coefficients d'absorption $k(\text{m}^{-1})$ du gaz dans le prototype, (Kayakol et al., 2000)

0,37	0,41	0,43	0,35	0,31	0,56	0,49	0,48	0,47	0,45	0,44	0,43	0,44	0,44
0,23	0,48	0,54	0,38	0,35	0,37	0,33	0,35	0,34	0,34	0,34	0,33	0,33	0,32
0,18	0,39	0,34	0,33	0,33	0,34	0,34	0,34	0,34	0,33	0,33	0,33	0,34	0,34
0,46	0,32	0,29	0,28	0,30	0,32	0,31	0,32	0,32	0,31	0,32	0,32	0,32	0,32
0,44	0,30	0,25	0,24	0,25	0,27	0,27	0,28	0,28	0,28	0,28	0,29	0,29	0,30
0,49	0,30	0,26	0,24	0,25	0,26	0,26	0,27	0,27	0,27	0,27	0,28	0,28	0,28
0,50	0,31	0,25	0,25	0,24	0,25	0,25	0,25	0,26	0,26	0,26	0,27	0,28	0,29
0,53	0,34	0,25	0,24	0,24	0,24	0,25	0,25	0,25	0,25	0,26	0,27	0,27	0,28
0,61	0,44	0,25	0,24	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	0,24	0,25	0,25	0,26
0,70	0,55	0,25	0,24	0,24	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	0,24	0,25	0,25	0,26
0,31	0,29	0,26	0,24	0,24	0,23	0,23	0,22	0,23	0,23	0,24	0,24	0,25	0,25
0,37	0,44	0,28	0,24	0,24	0,23	0,23	0,22	0,23	0,22	0,23	0,24	0,24	0,25
0,44	0,53	0,31	0,24	0,24	0,23	0,22	0,22	0,23	0,22	0,23	0,24	0,24	0,25

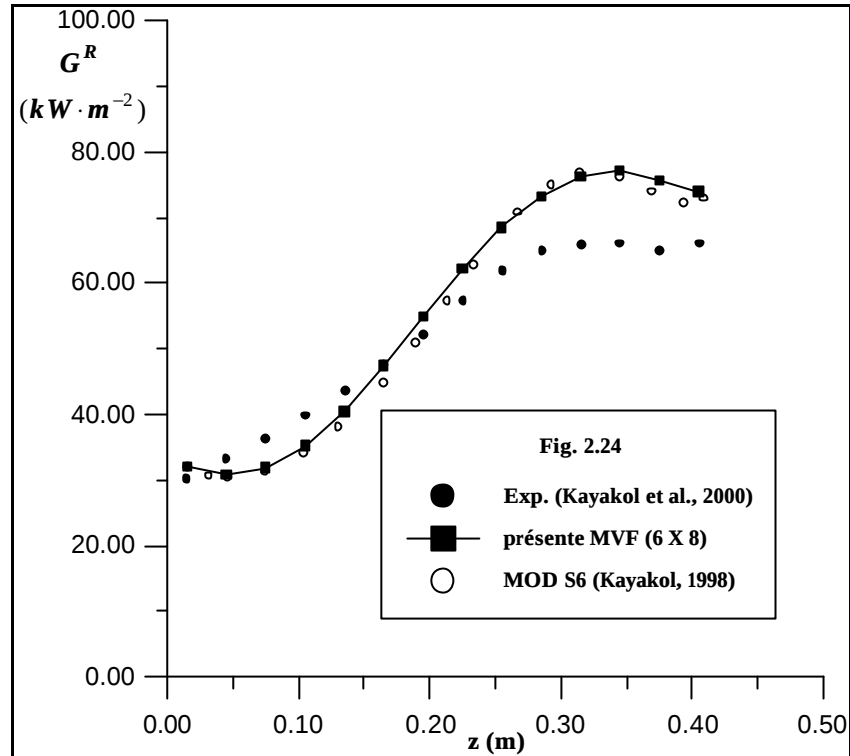


Figure 2.24 Flux incident sur la paroi latérale du prototype pour des coefficients d'absorption non-uniformes

Le résultat est rapporté sur la figure 2.24 et il est comparé à celui obtenu par Kayakol, (1998), par la méthode des ordonnées discrètes S_6 et aux mesures expérimentales publiées par Kayakol et al., (2000). Les calculs sont réalisés en utilisant un maillage angulaire $(N_\theta \times N_\psi) = (6 \times 8)$ qui a été associé au maillage spatial $(N_z \times N_r) = (14 \times 13)$. D'après cette figure, les résultats obtenus par la méthode des volumes finis sont similaires à ceux obtenus par la méthode des ordonnées discrètes. Cependant, l'écart remarqué entre les prédictions et les mesures expérimentales du flux radiatif incident peut être dû aux incertitudes sur les mesures des températures et du flux. En effet, Kayakol et al. (2000) ont montré que l'incertitude sur les thermocouples utilisés pour mesurer la température des gaz est de l'ordre de $\pm 5\%$ et que l'incertitude sur ceux utilisés pour mesurer la température des parois est de l'ordre de $\pm 2\%$. Quant aux mesures du flux radiatif, l'incertitude a été de l'ordre de $\pm 7\%$.

Les barres d'erreurs sur la figure 2.25 montrent la plage dans laquelle peut varier le flux radiatif incident sur les parois du brûleur. Ces barres d'erreurs correspondent au maximum et au minimum de l'incertitude de mesure sur les températures. Cette figure montre

clairement le chevauchement entre le calcul et les mesures expérimentales ce qui signifie que nos prédictions restent dans la marge d'erreur des mesures expérimentales.

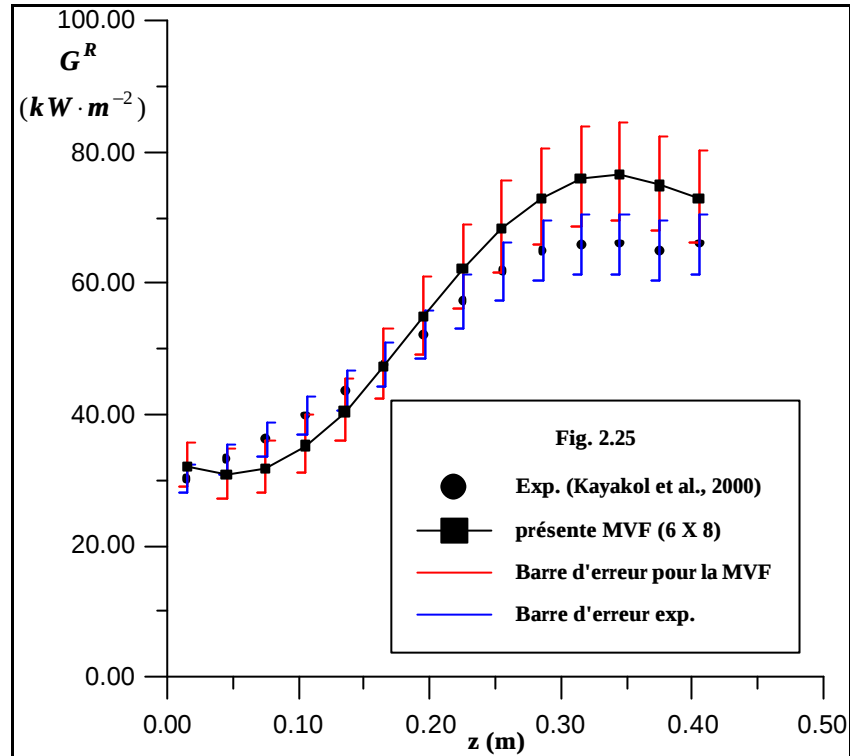


Figure 2.25 Barres d'erreurs qui montrent l'effet des incertitudes de mesures sur les prédictions du flux radiatif incident sur les parois latérales du prototype.

L'utilisation d'un maillage angulaire plus fin a donné des prédictions meilleures. En effet, et comme le montre la figure 2.26, le chevauchement entre les barres d'erreurs est mieux prononcé lors de l'utilisation d'un maillage angulaire $(N_\theta \times N_\psi) = (8 \times 10)$. Pour ce dernier maillage, les contours qui représentent les iso-valeurs de la divergence (Eq. 1.26) du flux radiatif dans le prototype sont illustrés sur la figure 2.27. Ces iso-contours mettent en relief les lieux où ce terme source radiatif est important.

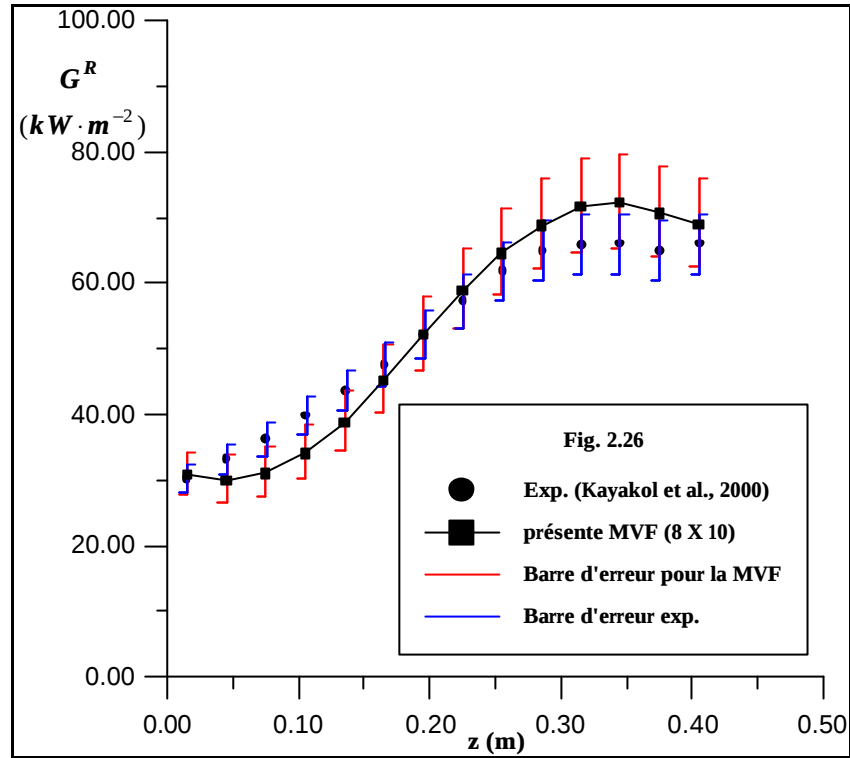
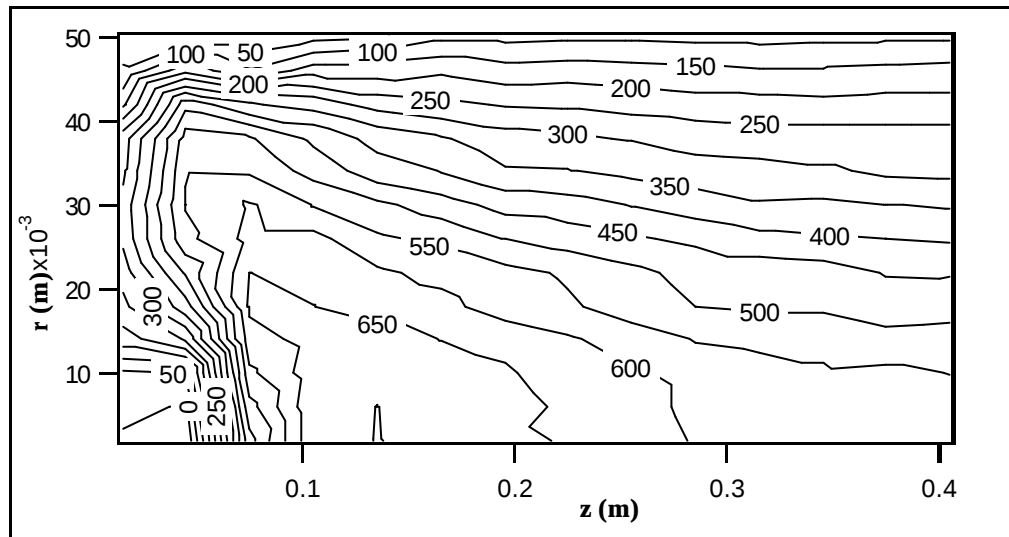


Figure 2.26 Flux incident sur la paroi latérale du prototype pour un maillage angulaire plus fin



2.5 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre nous avons présenté la formulation de la méthode des volumes finis. Les avantages et les inconvénients de cette méthode ont été aussi discutés. Discrétisée en

coordonnées cylindriques, cette méthode a été implémentée et appliquée à des cas tests de validations. Les résultats obtenus ont montré l'efficacité de cette méthode. Ensuite, la méthode des volumes finis a été appliquée à un cas test expérimental réel d'un prototype d'un brûleur d'une turbine à gaz. Le flux net incident sur les parois latérales du brûleur et la distribution du terme source radiatif (l'opposé de la divergence du flux radiatif) dans le milieu ont été présentés.

Dans tous ces cas, le milieu considéré est supposé être monophasique. Cependant, dans plusieurs applications industrielles, un mélange de gaz-particules est couramment rencontré, tels que les cas des fours chauffés par des brûleurs à combustible solide, des stations de gazéification du charbon, ...etc. Dans ces applications, les particules solides, à des températures élevées, joueront un rôle important dans le transfert radiatif. L'étude du rayonnement thermique dans un tel milieu, diphasique, fera l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 3

Transfert Radiatif Dans un Milieu Diphasique

Chapitre 3

TRANSFERT RADIATIF DANS UN MILIEU DIPHASIQUE

3.1 Introduction

Le transfert radiatif dans un milieu diphasique trouve son application dans plusieurs systèmes industriels. Les fours, les chaudières, les brûleurs à combustible solide et les stations de gazéification du charbon constituent des exemples, parmi d'autres, pour tels systèmes. Dans ces applications industrielles, la température peut prendre des valeurs élevées et peut dépasser les 1000K. Dans ces conditions, le transfert d'énergie par rayonnement devient très important, comparé aux autres modes, et parfois déterminant. Dans ces systèmes industriels, une phase solide constituée de particules solides peut coexister avec la phase gaz. Le milieu résultant est alors un milieu diphasique qui est constitué d'un mélange gaz-particules. Ces particules, portées à des températures élevées, ont une contribution importante au transfert radiatif dans le milieu. Par conséquent, l'étude de ce mode de transfert dans un milieu diphasique demeure nécessaire pour une bonne prédiction du transfert d'énergie dans le milieu.

La majorité des études relatives au couplage du rayonnement avec les autres modes de transfert concerne les milieux hétérogènes. Pour traiter le rayonnement thermique dans les milieux diphasiques, deux approches différentes peuvent se présenter. La première consiste à supposer que les gaz contribuent au transfert radiatif seulement par émission et par absorption et que la diffusion est due uniquement aux particules. Dans la seconde approche, on suppose que seulement les particules participent au transfert radiatif

(émettent, absorbent et diffusent le rayonnement thermique) et que les effets radiatifs des gaz sont négligés (Baek et Lee, 2002 ; Kim et al., 1999). Dans les applications de combustion, les produits gazeux sont à haute température et contribuent alors sensiblement au transfert radiatif. Il est ainsi plus réaliste d'adopter pour ces applications la première approche.

Dans le chapitre précédent nous avons traité des milieux homogènes, qui peuvent être des gaz, et nous avons vu que le transfert radiatif est important. Dans le but d'évaluer la contribution des échanges radiatifs des particules aux transferts de chaleur dans un écoulement diphasique, on se propose, dans ce chapitre, d'analyser ces transferts dans un jet axisymétrique diphasique. Cette configuration est proche de celle des brûleurs à combustible solide ou liquide pulvérisé. Avant de traiter cette configuration particulière, on présente tout d'abord une synthèse des méthodes relatives à l'étude des écoulements diphasiques.

3.2 Différentes approches des écoulements diphasiques

Pour étudier la phase solide d'un écoulement diphasique de gaz et de particules, la plupart des modèles se base sur l'approche Lagrangienne (Lockwood et al. 1988, Wennerberg 1988, Gorner et Zinser 1988, Papadakis et al. 1994, Coimbra et al. 1994). Cette approche repose sur la suivie des particules et de leurs trajectoires. Une fois ces trajectoires sont calculées, il sera facile d'analyser et calculer la concentration en particules du milieu. Mais l'étude détaillée du champ de vitesse des particules et de leur concentration nécessite un nombre très élevé de trajectoires des particules, ce qui constitue un inconvénient pour cette approche. Fiveland et Wessel (1988) ont présenté une approche Eulérienne lors de l'étude de la dispersion des particules de charbon pulvérisé en combustion. Dans cette formulation, la phase solide (phase *pseudo fluide*) est traitée comme une phase continue mélangée avec la phase gaz, et elle donc modélisée par les mêmes équations de transport. Cette approche est connue sous le nom *modèle à deux fluides* et elle est généralisée au *modèle multi fluides* lors de l'étude des milieux multiphasiques. Cette approche repose sur les hypothèses suivantes :

1. Les deux phases coexistent en chaque point de l'écoulement.

2. Chaque phase est caractérisée par sa vitesse, sa température et sa fraction de mélange. Ces grandeurs sont continues dans l'espace.
3. Chaque phase possède ses propres caractéristiques turbulentes.
4. Chaque groupe de particules (phase) est identifiée par sa distribution de taille initiale.
5. Pour des milieux denses, les interactions inter-particules produisent des vitesses de particules, une diffusion et un transfert par conduction supplémentaires.

3.3 Mise en équations du problème considéré

3.3.1 Equations de conservation

Considérons un écoulement d'un mélange de gaz-particules en jet dans une conduite cylindrique. A cause de la complexité de l'analyse complète du problème diphasique, et dans le but de simplifier l'étude, nous utiliserons les hypothèses suivantes :

- L'écoulement dans le cylindre est laminaire, axisymétrique et stationnaire.
- Le gaz et les particules ont la même vitesse.
- Les particules solides sont sphériques, indépendantes et de tailles uniformes.
- La distribution de la température à l'intérieur des particules est uniforme.
- Les propriétés thermophysiques du gaz et des particules sont constantes.
- Absence de la dissipation visqueuse et de terme source de chaleur dans l'écoulement.

Sous ces hypothèses, les équations de conservations, écrites en coordonnées cylindriques, sont données par :

Equations de conservation de la masse

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho v)}{\partial r} = 0 \quad (3.1)$$

Equations de conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial(\rho u u)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho v u)}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r\mu \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial(\rho uv)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho v v)}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial v}{\partial r} \right) \quad (3.3)$$

Equation de conservation de l'énergie dans la phase gazeuse

$$\rho_g C_g (1 - X_p) \left(\frac{\partial(u T_g)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r v T_g)}{\partial r} \right) = \lambda_g \left(\frac{\partial^2 T_g}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_g}{\partial r} \right) \right) - h A_p N_p (T_g - T_p) - \nabla \cdot q_g^R \quad (3.4)$$

Equation de conservation de l'énergie dans la phase solide

$$\rho_p C_p X_p \left(\frac{\partial(u T_p)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r v T_p)}{\partial r} \right) = h A_p N_p (T_g - T_p) - \nabla \cdot q_p^R \quad (3.5)$$

Equation de conservation du nombre de particules

$$\rho_g \left(\frac{\partial(u N_p)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r v N_p)}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial N_p}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial N_p}{\partial r} \right) \quad (3.6)$$

Cette dernière équation est obtenue en se basant sur l'absence du glissement entre les particules solides et le gaz, qui s'écoulent avec la même vitesse. Ainsi, la conservation du nombre de particules est décrite par une équation de transport. Lorsqu'elles sont introduites dans la conduite cylindrique, les particules ne traversent pas les parois et donc leur flux sur les parois est nul. A la sortie, les particules quittent la conduite avec un profil hydrodynamiquement développé. Ceci constitue les conditions aux limites pour cet écoulement. Le coefficient d'échange convectif entre les particules et le gaz est calculé à partir de la corrélation de Ranz-Marshall donnée par :

$$Nu = h d_p / \lambda = 2 + 0,6 Re^{0,5} Pr^{0,33} \quad (3.7)$$

3.3.2 Equation de Transfert Radiatif dans un Milieu Diphasique

Pour analyser le transfert radiatif dans un mélange gaz-particules, l'équation de transfert radiatif doit tenir compte de la présence de la phase solide. Si l'on suppose que le milieu est gris, hypothèse généralement valable pour un milieu qui contient des particules de différentes tailles, l'équation de transfert diphasique est donnée par (Park et al., 1998 ; Adzerikho et al., 1993)

$$\begin{aligned} \frac{dI(\vec{s}, \vec{r})}{ds} = & -(\kappa_g + \kappa_p + \sigma_s)I(\vec{s}, \vec{r}) + \kappa_g I_{b,g}(\vec{r}) + \kappa_p I_{b,p}(\vec{r}) + \\ & \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} F(\vec{s}', \vec{s}) I(\vec{s}', \vec{r}) d\Omega' \end{aligned} \quad (3.8)$$

Dans cette équation, I_{bg} et I_{bp} représentent les luminances du corps noir respectifs au gaz et aux particules, κ_g et κ_p sont les coefficients d'absorption du gaz et des particules, respectivement, et σ_s est le coefficient de diffusion des particules. Comme nous l'avons mentionné, le gaz participe par émission et par absorption. La diffusion est due seulement aux particules et elle est décrite par la fonction de phase de diffusion, $F(\vec{s}', \vec{s})$. Dans cette équation, la luminance radiative I est la résultante de celle de la phase gaz et la phase solide.

La condition aux limites utilisée est celle d'une paroi grise diffuse. Cette condition est donnée par

$$I(\vec{s}, \vec{r}_w) = \varepsilon_w I_{b,w}(T_w) + \frac{1 - \varepsilon_w}{\pi} \int_{\vec{s}' \cdot \vec{n}_w < 0} I(\vec{s}', \vec{r}_w) |\vec{s}' \cdot \vec{n}_w| d\Omega' \quad (3.9)$$

La divergence du flux radiatif $(\nabla \cdot \vec{q}^R)$ peut être obtenue en intégrant l'expression $dI / ds = \vec{s} \cdot \nabla I$ sur l'angle solide total (4π) :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{q}^R &= \int_{4\pi} (\vec{s} \cdot \nabla I) d\Omega \\ &= \int_{4\pi} (\kappa_g I_{bg}) d\Omega + \int_{4\pi} (\kappa_p I_{bp}) d\Omega - \int_{4\pi} (\kappa_g + \kappa_p + \sigma_s) I d\Omega \\ &\quad + \int_{4\pi} \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{4\pi} I(\vec{s}') F(\vec{s}, \vec{s}') d\Omega' d\Omega \end{aligned} \quad (3.10)$$

En utilisant la condition de normalisation sur la fonction de phase donnée par l'équation (1.13), l'équation (3.10) devient :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{q}^R &= 4\pi \kappa_g I_{bg} + 4\pi \kappa_p I_{bp} - \kappa_g \int_{4\pi} I d\Omega - \kappa_p \int_{4\pi} I d\Omega \\ &= \kappa_g \left(4\pi I_{bg} - \int_{4\pi} I d\Omega \right) + \kappa_p \left(4\pi I_{bp} - \int_{4\pi} I d\Omega \right) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Physiquement la divergence du flux radiatif représente le flux net radiatif qui quitte un élément de volume, et elle intervient dans l'expression du terme source radiatif de l'équation de conservation de l'énergie. Elle est exprimée sous la forme

$$\nabla \cdot \vec{q}^R = ? \left(4\pi I_b - \int_{4\pi} I d\Omega \right) \quad (3.12)$$

Ainsi, la divergence du flux radiatif peut être regardé comme la somme de deux quantités, $(\nabla \cdot \vec{q}_g^R)$ et $(\nabla \cdot \vec{q}_p^R)$. Le terme $(-\nabla \cdot \vec{q}_g^R)$ représente le terme source radiatif dans l'équation de conservation de l'énergie dans les gaz {(Eq. 3.4)}. De la même manière, le terme $(-\nabla \cdot \vec{q}_p^R)$ représente le terme source radiatif dans l'équation de conservation de l'énergie pour les particules (phase solide) {(Eq. 3.5)}. Les expressions analytiques de ces deux termes sont données par les relations suivantes

$$\nabla \cdot \vec{q}_g^R = \kappa_g \left(4\pi I_{bg} - \int_{4\pi} I d\Omega \right) \quad (3.13)$$

$$\nabla \cdot \vec{q}_p^R = \kappa_p \left(4\pi I_{bp} - \int_{4\pi} I d\Omega \right) \quad (3.14)$$

L'analyse du rayonnement thermique par la résolution de l'équation de transfert radiatif nécessite la connaissance des propriétés radiatives du milieu. Pour un milieu chargé de particules, Modest (2003) a modélisé les propriétés radiatives de ces particules comme suit

$$\kappa_p = \pi d_p^2 N_p Q_{abs} / 4 \quad (3.15)$$

$$\sigma_s = \pi d_p^2 N_p Q_{sca} / 4 \quad (3.16)$$

$$\beta_p = \sigma_s + \kappa_p = \pi d_p^2 N_p Q_{ext} / 4 \quad (3.17)$$

où κ_p , σ_s et β_p représentent respectivement le coefficient d'absorption, le coefficient de diffusion et le coefficient d'extinction des particules. Q_{abs} , Q_{sca} et Q_{ext} sont les facteurs d'absorption, de diffusion et d'extinction, respectivement. Si l'on suppose que la phase solide est constituée de particules sphériques diffuses, de taille uniforme et d'émissivité ε_p , les facteurs d'efficacité d'absorption, de diffusion et d'extinction des particules peuvent s'écrire sous la forme simplifiée suivante (Modest, 2003) :

$$Q_{abs} = \varepsilon_p \quad (3.18)$$

$$Q_{sca} = 1 - \varepsilon_p \quad (3.19)$$

$$Q_{ext} = 1 \quad (3.20)$$

3.4 Méthodes numériques

3.4.1. Ecriture des équations discrétisées

En coordonnées cylindriques, les équations de conservation (3.2)-(3.6) peuvent être rassemblées sous la forme générale suivante :

$$\frac{\partial(\rho u G)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r p v G)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma_G \frac{\partial G}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_G \frac{\partial G}{\partial r} \right) + S_G \quad (3.21)$$

où G désigne la grandeur transportée et où Γ_G et S_G sont respectivement le coefficient de diffusion et le terme source associés à cette grandeur.

Le système d'équations aux dérivées partielles sera résolu par la méthode des volumes finis à l'aide d'un schéma **UPWIND**. Cette méthode présente l'avantage de donner une bonne image du principe de conservation, elle est stable et converge assez rapidement.

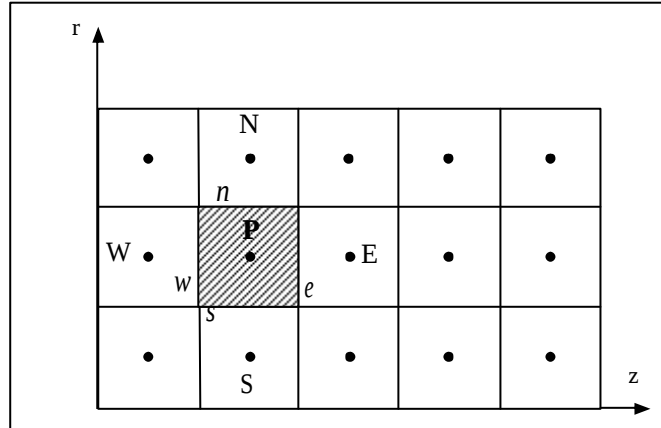


Figure 3.1a : Volume de contrôle autour du point P

Le système d'équations discrétisées est obtenu en utilisant les valeurs prises par la grandeur G dans les différents points du maillage et en particulier sur les limites du domaine d'étude. Toutes les équations que nous résolvons s'expriment, de la même façon au point de maillage (i,j) , en fonction des valeurs aux points voisins.

L'équation (3.21) peut s'écrire :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(J_r)}{\partial r} + \frac{\partial(J_z)}{\partial z} = S \quad (3.22)$$

avec

$$J_r = r(\rho v G - \Gamma \frac{\partial G}{\partial r}) \quad J_z = \rho u G - \Gamma \frac{\partial G}{\partial z} \quad \text{et} \quad S = S_C + S_P G_P \quad (3.23)$$

En intégrant sur le volume de contrôle (Figure 3.1a), on obtient

$$(J_{re} - J_{rw}) + (J_{zn} - J_{zs}) = S_P r_P \Delta r \Delta z \quad (3.24)$$

Les quantités J_{zn} et J_{zs} représentent les flux dus à la convection et à la diffusion axiale. De même, les quantités J_{re} et J_{rw} représentent les flux dus à la convection et à la diffusion radiale

$$\begin{aligned} J_{re} &= \left(\int J_r dz \right)_e & J_{zn} &= \left(\int J_z r dr \right)_n \\ J_{rw} &= \left(\int J_r dz \right)_w & J_{zs} &= \left(\int J_z r dr \right)_s \end{aligned} \quad (3.25)$$

En posant $G \equiv 1$ et en considérant un terme source nul ($S=0$), l'équation de conservation de la masse discrétisée s'écrit :

$$(F_{re} - F_{rw}) + (F_{zn} - F_{zs}) = 0 \quad (3.26)$$

Les quantités F_{zn} et F_{zs} représentent les flux dus à la convection axiale, de même que les quantités F_{re} et F_{rw} représentent les flux dus à la convection radiale.

$$\begin{aligned} F_{re} &= \left(\int F_r dz \right)_e & F_{zn} &= \left(\int F_z r dr \right)_n \\ F_{rw} &= \left(\int F_r dz \right)_w & F_{zs} &= \left(\int F_z r dr \right)_s \end{aligned} \quad (3.27)$$

avec

$$F_r = r \rho v \quad \text{et} \quad F_z = \rho u \quad (3.28)$$

En multipliant l'équation (3.26) par G_P , et en faisant la différence avec l'équation (3.25), on obtient la discrétisation de l'équation de conservation associée à la grandeur G :

$$(J_{re} - F_{re} G_P) - (J_{rw} - F_{rw} G_P) + (J_{zn} - F_{zn} G_P) - (J_{zs} - F_{zs} G_P) = S_P r_P \Delta r \Delta z \quad (3.29)$$

où

$$\begin{aligned} J_{re} - F_{re}G_P &= a_E(G_P - G_E) & J_{rw} - F_{rw}G_P &= a_w(G_w - G_P) \\ J_{zn} - F_{zn}G_P &= a_N(G_P - G_E) & J_{zs} - F_{zs}G_P &= a_s(G_s - G_P) \end{aligned} \quad (3.30)$$

Finalement toutes les équations de conservation {Eq. (3.2)-(3.6)} s'expriment de la même façon au point de maillage (i,j) en fonction des points voisins, et l'équation (3.24) prend alors la forme suivante:

$$a_P G_P = a_E G_E + a_w G_w + a_N G_N + a_s G_s + b \quad (3.31)$$

avec

$$\left. \begin{aligned} a_P &= a_E + a_w + a_N + a_s - S_P r_P \Delta r \Delta z \\ b &= S_C r_P \Delta r \Delta z \end{aligned} \right\} \quad (3.32)$$

$$\left. \begin{aligned} a_E &= D_e A(|P_e|) + \|-F_e, 0\| & a_w &= D_w A(|P_w|) + \|-F_w, 0\| \\ a_N &= D_n A(|P_n|) + \|-F_n, 0\| & a_s &= D_s A(|P_s|) + \|-F_s, 0\| \end{aligned} \right\} \quad (3.33)$$

$$\left. \begin{aligned} D_e &= \frac{\Gamma_e r_e \Delta z}{\Delta r} & F_e &= (\rho r v)_e \Delta z & P_e &= \frac{F_e}{D_e} \\ D_w &= \frac{\Gamma_w r_w \Delta z}{\Delta r} & F_w &= (\rho r v)_w \Delta z & P_w &= \frac{F_w}{D_w} \\ D_n &= \frac{\Gamma_n r_n \Delta z}{\Delta r} & F_n &= (\rho r v)_n \Delta z & P_n &= \frac{F_n}{D_n} \\ D_s &= \frac{\Gamma_s r_s \Delta z}{\Delta r} & F_s &= (\rho r v)_s \Delta z & P_s &= \frac{F_s}{D_s} \end{aligned} \right\} \quad (3.34)$$

La fonction $\|A, B\|$ donne la valeur maximale entre les deux nombres A et B. La fonction $A(|P|)$ représente la forme de discrétisation des termes élémentaires selon le schéma choisi.

Dans le schéma **UPWIND**, on tient compte du sens de l'écoulement où la valeur de la variable à l'interface est égale à celle du point amont. Pour ce schéma nous avons :

$$A(|P|) = 1 \quad (3.35)$$

Pour assurer la convergence du système et obtenir une solution physique et réaliste, la discrétisation des équations de conservation doit respecter, selon le principe de Patankar (1980), les quatre règles de base suivantes :

1. Pour deux volumes de contrôle voisins, le flux à la face commune doit avoir une expression identique dans les équations discrétisées pour les deux volumes de contrôle. Il doit y avoir conservation du flux à cette face.
2. Le coefficient (a_p) relatif au point central, et les coefficients (a_E , a_W , a_N et a_S) relatifs aux points voisins, doivent être de même signe, arbitrairement positif.
3. Le coefficient S_c du terme source linéarisé doit être inférieur ou égal à zéro, pour éviter l'apparition d'un signe négatif pour le coefficient (a_p).
4. Le coefficient (a_p) relatif au point central doit être égal à la somme des coefficients relatifs aux points voisins (hors termes sources) :

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (3.36)$$

3.4.2. Notion de maillages décalés

Si nous utilisons le maillage standard (figure 3.1a) pour lequel toutes les variables sont stockées au même point (nœud), la discrétisation du gradient de pression sur le volume de contrôle fera apparaître une différence de pression entre deux nœuds non voisins :

$$\int_{VC} -\frac{\partial p}{\partial z} dV = -\frac{p_e - p_w}{\Delta z} V = (p_w - p_e) A_{EW} \quad (3.37)$$

Cette différence interviendra également dans le terme source de l'équation de conservation de la quantité de mouvement par le terme :

$$S_U = \frac{p_w - p_E}{2} A_{EW} \quad (3.38)$$

La résolution du système d'équations donnera une solution non physique. En effet, en chaque nœud, la différence de pression dans l'équation de quantité de mouvement discrétisée est nulle, $p_w - p_E = 0$. Le champ de pression obtenu est uniforme, ce qui n'est pas physique. Patankar (1980) a proposé une solution qui consiste à utiliser un maillage décalé.

Dans le maillage décalé (figure 3.1b), toutes les variables scalaires sont évaluées aux points principaux du maillage (points rouges).

Les composantes des vitesses sont calculées aux interfaces des volumes de contrôle. La vitesse axiale (u) est enregistrée à l'interface normale à la direction z . En ce qui concerne les nœuds principaux, la vitesse u est décalée uniquement selon la direction z , et la vitesse (v) est décalée uniquement selon la direction r .

Les volumes de contrôle pour u et v (vert et bleu, respectivement) sont différents du volume de contrôle du scalaire (gris), et différents l'un de l'autre. Le volume de contrôle pour u est décalé vers l'arrière, selon la direction axiale z et le volume de contrôle pour v est décalé vers l'arrière selon la direction radiale r .

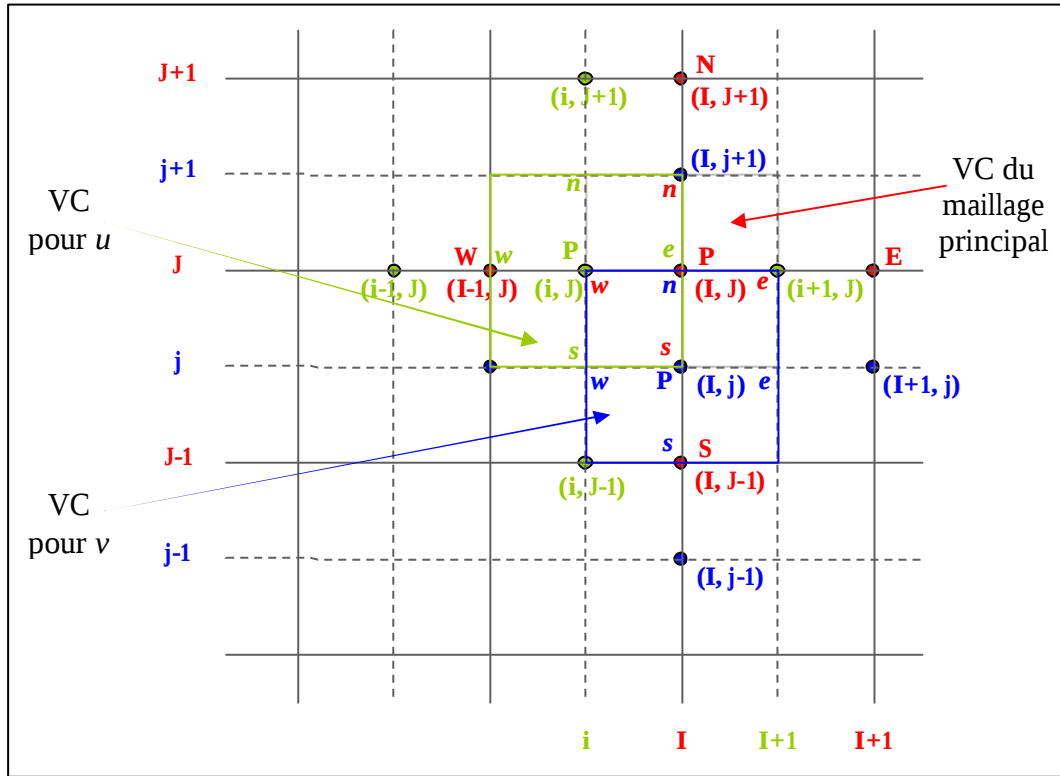


Figure 3.1b : Maillages décalés pour u , v et les autres variables scalaires

Les particularités du maillage décalé sont :

- En intégrant l'équation de quantité de mouvement sur le volume de contrôle pour u (vert), le gradient de pression peut s'exprimer :

$$\int_{VC-u} -\frac{\partial p}{\partial z} dV = (p_w - p_P) A_{EW} \quad (3.39)$$

où la pression est obtenue directement à partir des nœuds voisins des nœuds principaux. La différence de pression entre deux nœuds adjacents devient alors simplement le gradient des composantes de vitesse entre les deux nœuds.

- Les flux de masse à travers les faces du volume de contrôle du scalaire (F_e, F_w, F_n, F_s) peuvent être calculés sans interpolation de la composante de vitesse correspondante.

3.4.3. Correction des vitesses et de la pression

Partant d'un champ de vitesse initial arbitraire, u^*, v^* , la résolution itérative des équations de conservation de la quantité de mouvement donnera le champ final (u, v). Si le champ de pression initial est correct, le champ de vitesse obtenu devra vérifier l'équation de continuité. Mais si les calculs sont basés sur un champ arbitraire de pression, les vitesses ne vérifient pas nécessairement l'équation de continuité. On pourra alors attribuer les erreurs au champ de pression et évaluer les vitesses et la pression à partir d'une correction de la pression $p'(I, J)$

$$\begin{aligned} p(I, J) &= p^*(I, J) + p'(I, J) \\ u(i, J) &= u^*(i, J) + \frac{A_{EW}(i, J)}{a_p(i, J)} (p'(I-1, J) - p'(I, J)) \\ v(I, j) &= v^*(I, j) + \frac{A_{NS}(I, j)}{a_p(I, j)} (p'(I, J-1) - p'(I, J)) \end{aligned} \quad (3.40)$$

La substitution du champ de vitesse corrigé dans l'équation de continuité donnera l'équation de correction de la pression p' :

$$\begin{aligned} a_p(I, J)p'(I, J) &= \sum a_{nb}p'_{nb} + S_U(I, J) \\ &= a_w(I-1, J)p'(I-1, J) + a_e(I+1, J)p'(I+1, J) \\ &\quad + a_s(I, J-1)p'(I, J-1) + a_n(I, J+1)p'(I, J+1) \\ &\quad + S_U(I, J) \end{aligned} \quad (3.41)$$

où

$$a_w(I-1, J) = \rho \times \frac{A_{EW}(i, J)}{a_p(i, J)} \times A_{EW}(i, J) \quad (3.42)$$

$$a_e(I+1, J) = \rho \times \frac{A_{EW}(i+1, J)}{a_p(i, J)} \times A_{EW}(i+1, J) \quad (3.43)$$

$$a_s(I, J-1) = \rho \times \frac{A_{NS}(I, j)}{a_p(I, j)} \times A_{NS}(I, j) \quad (3.44)$$

$$a_N(I, J+1) = \rho \times \frac{A_{NS}(I, j+1)}{a_p(I, j)} \times A_{NS}(I, j+1) \quad (3.45)$$

$$a_p(I, J) = a_w(I-1, J) + a_E(I+1, J) + a_s(I, J-1) + a_N(I, J+1) \quad (3.46)$$

$$S_U = -(F_e - F_w + F_n - F_s) \quad (3.47)$$

L'équation de transfert radiatif dans un milieu diphasique est résolue également par la méthode des volumes finis, décrite dans le chapitre 2. La forme discrétisée de cette équation est similaire à celle développée dans le chapitre 2 et elle est décrite par les relations suivantes:

$$a_p^m I_p^m = \sum_{J=T,B,S,N} a_J^m I_J^m - \frac{\Delta V}{r} \alpha^{m-1/2} I_p^{m-1} + S_{\text{mod}}^m \Delta V \Delta \Omega^m \quad (3.48)$$

où

$$a_J^m = -\Delta A_i D_{i,in}^m \quad (3.49)$$

$$a_p^m = \sum_i \Delta A_i D_{i,out}^m - \frac{\Delta V}{r} \alpha^{m+1/2} + \beta_{\text{mod}} \Delta V \Delta \Omega^m \quad (3.50)$$

$$\beta_{\text{mod}} = \beta - \frac{\sigma_s}{4\pi} F_{m \rightarrow m} \Delta \Omega^m \quad (3.51)$$

$$S_{\text{mod}}^m = \kappa_g I_{b,g} + \kappa_p I_{b,p} + \frac{\sigma_s}{4\pi} \sum_{m' \neq m}^M I_{m'} \overline{F}_{m' \rightarrow m} \Delta \Omega^{m'} \quad (3.52)$$

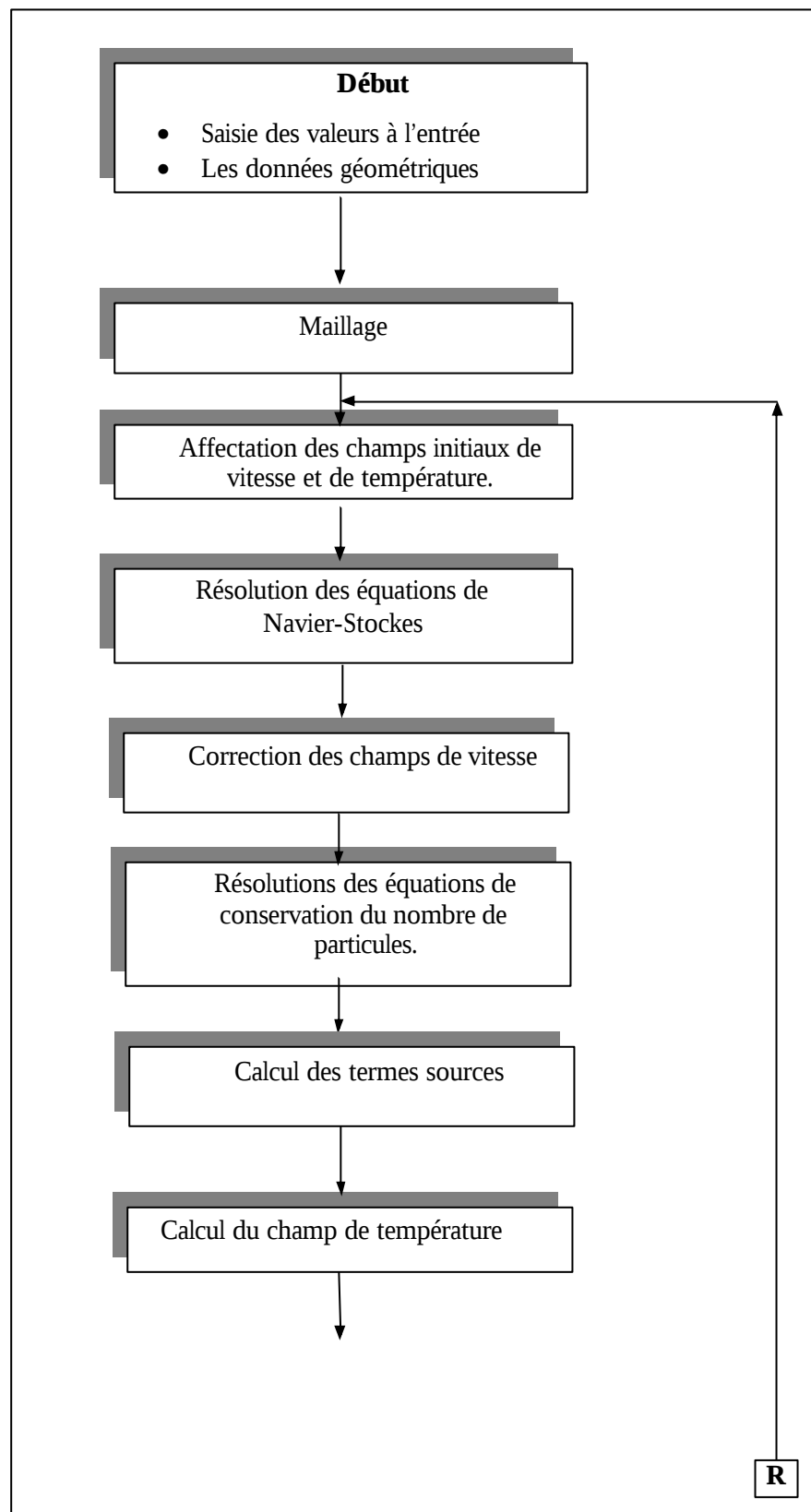
β étant le coefficient d'extinction exprimé par :

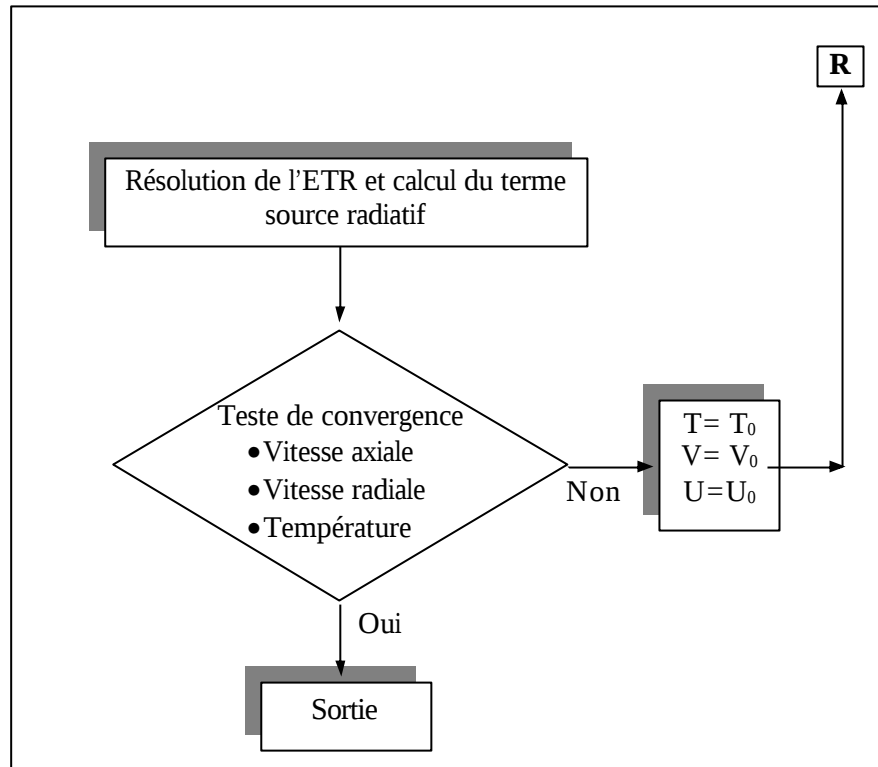
$$\beta = \kappa_g + \kappa_p + \sigma_s \quad (3.53)$$

La condition aux limites est aussi discrétisée et elle est donnée par :

$$I_w^m = \epsilon_w I_{b,w}(T_w) + \frac{1-\epsilon_w}{\pi} \sum_{\vec{s} \cdot \vec{n}_w < 0} I_w^{m'} \left| D_{w,in}^{m'} \right| \quad \text{pour } \vec{s} \cdot \vec{n}_w > 0 \quad (3.54)$$

3.5 Organigramme de résolution





3.6 Présentation des cas tests de validations

Le couplage entre le rayonnement thermique et les autres modes de transfert, dans le cas d'un écoulement de fluide, est validé sur deux configurations. La première correspond à un écoulement de Poiseuille d'un fluide monophasique (en écoulement de Poiseuille) dans une conduite cylindrique. Dans la seconde, le même type d'écoulement est considéré mais il s'agit cette fois d'un écoulement d'un mélange gaz/particules, donc d'un écoulement diphasique.

Dans la première configuration, on considère l'application décrite par Echigo et al. (1975) dans laquelle un canal cylindrique, contient un fluide monophasique qui est en écoulement de Poiseuille. Le rapport géométrique entre le diamètre et la longueur du cylindre est $Ar = d/L = 1/4,5$. Les parois du canal sont supposées noires ($\epsilon_w = 1$). Le fluide entre dans le canal avec une température réduite $T^* = T_{in}/T_w = 0,6$. Le nombre de Péclet est $Pe = Re \cdot Pr = 1$. Le fluide participe au transfert radiatif par émission et par absorption, mais il est non diffusant ($\omega = 0$). Pour cette configuration, le flux net radiatif adimensionnel sur les parois latérales est représenté sur la figure 3.2. Les résultats sont confrontés à ceux

obtenus par Echigo et al. (1975). La comparaison est faite pour différentes valeurs de N_R et pour deux valeurs de l'épaisseur optique τ . N_R étant le paramètre de conduction/Rayonnement défini par :

$$N_R = \frac{\lambda \beta}{\sigma T_w^3} \quad (3.55)$$

La confrontation montre que nos prédictions présentent un accord satisfaisant avec les résultats de la référence.

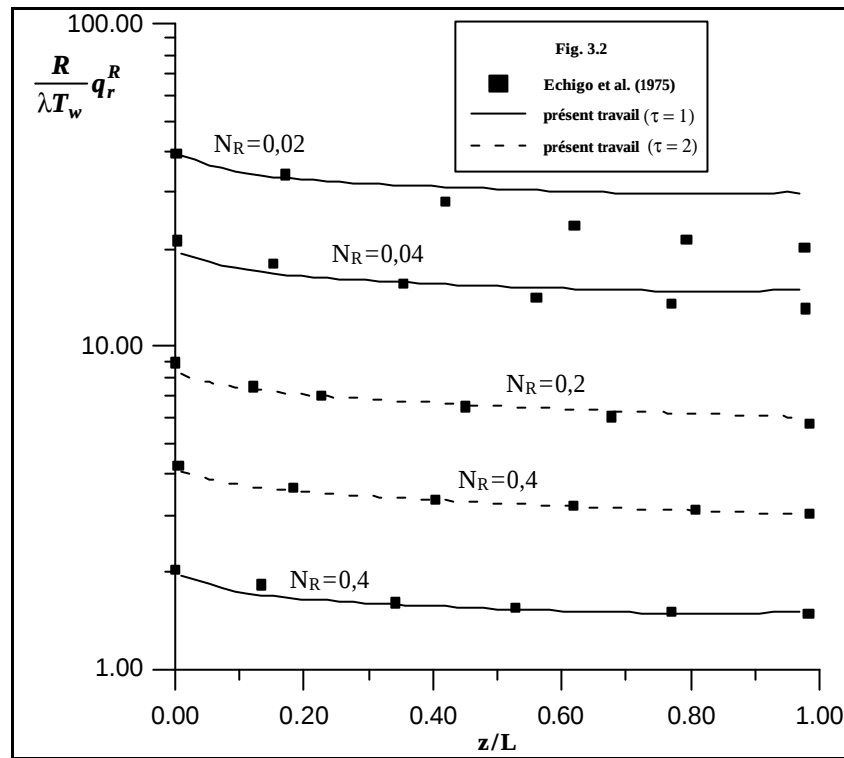


Figure 3.2 Températures axiales du gaz et des particules

Pour valider le code numérique dans le cas diphasique, on considère l'application décrite par Kim et al. (1999) pour laquelle un écoulement de Poiseuille d'un fluide chargé de particules solides traverse un canal cylindrique de longueur 10m et de diamètre 0,2m (Figure 3.3). La paroi latérale de la conduite est supposée noire et elle est maintenue à une température $T_w=300K$. Le gaz et les particules entrent dans la conduite avec la même température $T_g=T_p=1000K$ et avec le même profil de vitesse $u = 2u_m[1 - (r/R)^2]$ où

$u_m = 0,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Les particules sont supposées sphériques de diamètre $d_p = 100 \mu\text{m}$ et elles sont noires ($\epsilon_p = 1$).

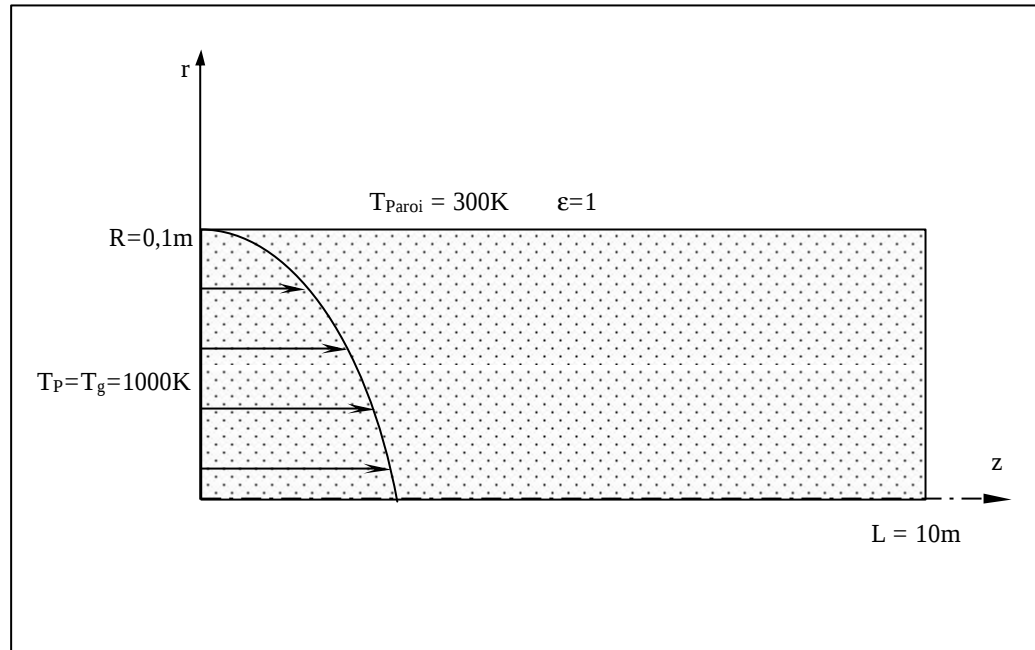


Figure 3.3 Schéma d'un écoulement de Poiseuille diphasique

Sur la figure 3.4, nous présentons l'évolution axiale de la température du gaz et des particules le long de l'axe de symétrie du canal. Les résultats sont présentés pour deux valeurs de la densité de nombre de particules, $N_p = 2,54 \cdot 10^7 \text{ m}^{-3}$ et $N_p = 1,27 \cdot 10^8 \text{ m}^{-3}$, qui donnent les coefficients d'absorption $\kappa_p = 0,2 \text{ m}^{-1}$ et $\kappa_p = 1,0 \text{ m}^{-1}$, respectivement. Ces résultats sont obtenus avec un maillage de l'espace géométrique $(N_z \times N_r) = (90 \times 40)$ et un maillage de l'espace angulaire $(N_\theta \times N_\psi) = (6 \times 4)$ qui est équivalent à la MOD S4.

Les résultats de la figure 3.4 sont comparés avec ceux obtenus par Kim et al. (1999). La comparaison montre un bon accord entre les deux résultats, particulièrement pour $\kappa_p = 0,2 \text{ m}^{-1}$. Pour $\kappa_p = 1,0 \text{ m}^{-1}$, nos prédictions présentent également un bon accord près de l'entrée du canal, mais à partir de la position axiale $z = 2 \text{ m}$ on observe un décalage qui commence à apparaître. Toutefois, la valeur maximale de ce décalage est inférieure à 5%. La figure 3.4 montre également que malgré que le gaz et les particules entrent initialement dans la conduite avec la même température, une différence entre leurs températures apparaît dans l'écoulement. Cette différence est prononcée particulièrement dans la zone proche de l'entrée du canal, ensuite elle commence à disparaître tout en s'éloignant de l'entrée. Physiquement, cette différence peut être due à la différence entre les propriétés

thermophysiques du gaz et des particules, et plus précisément leurs propriétés radiatives. La diminution de cette différence loin de l'entrée s'explique par l'établissement de l'équilibre thermique entre la phase solide et la phase gaz en écoulement.

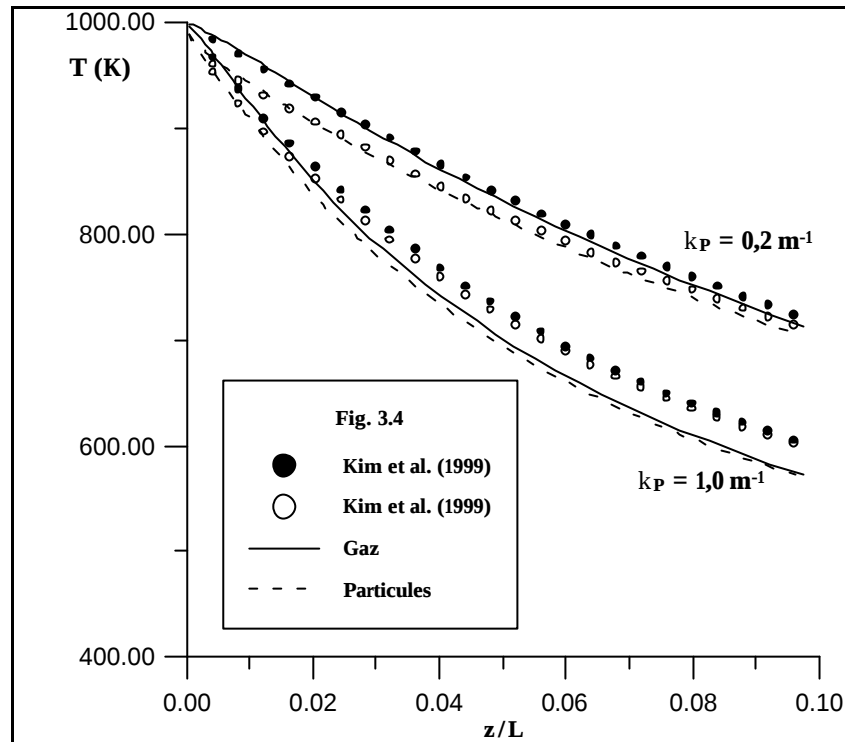


Figure 3.4 Températures axiales du gaz et des particules

3.7 Application à l'écoulement d'un mélange gaz-particules dans un canal cylindrique

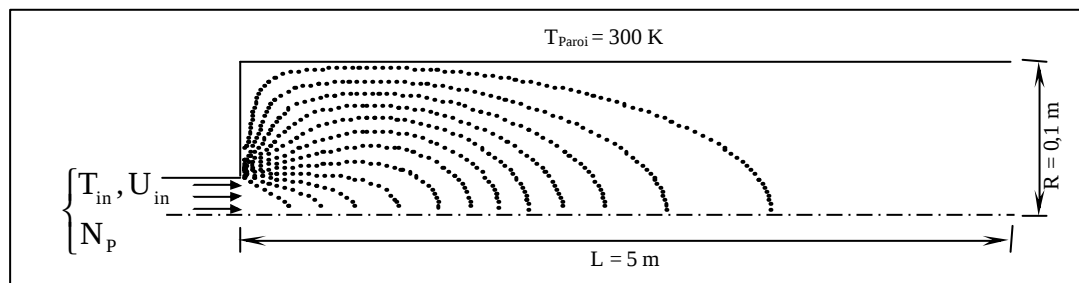


Figure 3.5 Schéma d'un jet diphasique dans un canal cylindrique

Une description simplifiée du problème est illustrée sur la figure 3.5. Dans cette application, on considère un jet axisymétrique d'un mélange gaz/particules dans un cylindre de longueur 5m et de diamètre 0,2m. Le mélange est injecté dans le canal à partir d'une

buse circulaire de diamètre 0,05m. Les propriétés du gaz et des particules sont données dans le Tableau 3.1.

**Tableau 3.1 propriétés thermophysiques du gaz (air)
et des particules à $T=700K$ (Kim et al., 1999).**

	ρ (kg·m ⁻³)	C_p (J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹)	λ (W·m ⁻¹ ·K ⁻¹)
Particules	8238	563	19,8
Gaz (air)	0,4975	1075	0,0524

3.7.1 Effet du rayonnement sur la température dans le milieu

Pour illustrer l'effet du rayonnement thermique et son importance dans le transfert, on considère des particules de diamètre $d_p=100\mu\text{m}$ qui sont injectées dans la conduite cylindrique, schématisée sur la figure 3.5. La vitesse à l'entrée est $U_{in}=0,2\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et la densité du nombre de particules est $N_p=2,54\cdot 10^7\text{ m}^{-3}$. Ces paramètres d'entrée correspondent à un taux de chargement des particules $\dot{m}_p=0,022\text{ kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$. Le mélange gaz/particules est injecté avec une température $T_{in}=1000K$. La distribution des particules dans le cylindre est illustrée sur la figure 3.6 qui représente les iso-contours de la concentration des particules dans le milieu (kg·m⁻³).

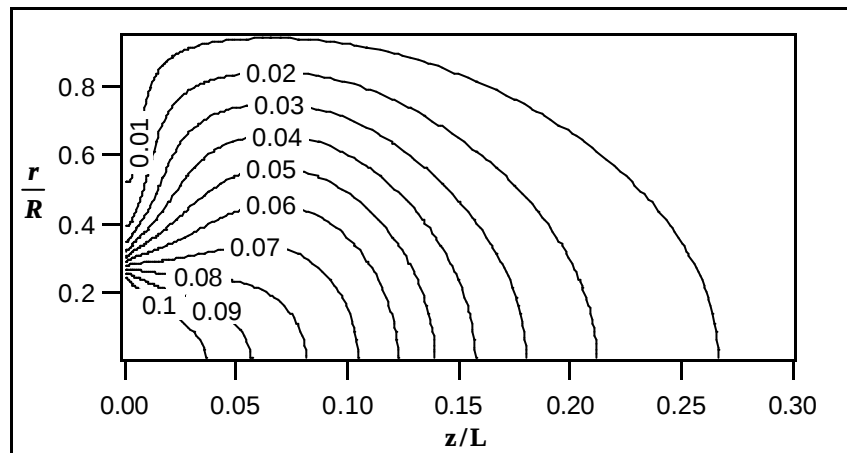


Figure 3.6 Distribution des particules dans le canal

Pour une émissivité $\varepsilon_p=0,7$ des particules, et en supposant que la diffusion est isotrope, les champs de température du gaz, sans et avec considération du rayonnement, sont représentés sur les figures 3.7a et 3.7b, respectivement. L'analyse de ces deux figures

montre clairement que le rayonnement thermique présente un grand effet sur la température dans le milieu. En effet, la figure 3.7b montre que les valeurs des températures sont diminuées, particulièrement dans la zone proche de l'entrée, et que la distribution de la température du gaz est plus homogène que celle obtenue en absence du rayonnement thermique (figure 3.7a).

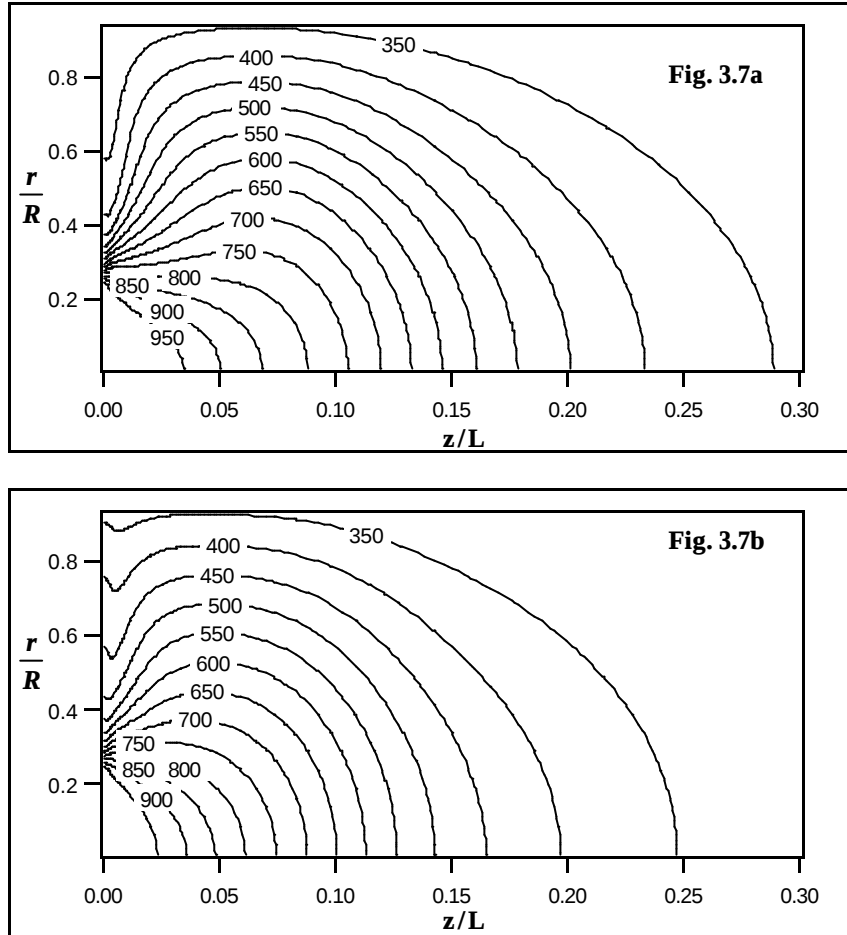


Figure 3.7 Champs de température du gaz : a) Sans effet du rayonnement, b) avec considération du rayonnement ($U_{in}=0,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $\dot{m}_p=0,022 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$, $\varepsilon_p=0,7$)

De cette importance ressort l'intérêt de l'analyse de l'effet de différents paramètres sur le rayonnement thermique, particulièrement l'effet des propriétés radiatives des particules (κ_p et σ_s), l'effet de la fonction de phase de diffusion (F) et l'effet de la distribution des particules dans le milieu. Dans cette analyse paramétrique, le domaine géométrique et l'espace angulaire sont subdivisés en $(N_z \times N_r) = (90 \times 40)$ éléments de volumes et en $(N_\theta \times N_\psi) = (6 \times 8)$ éléments d'angle solide, respectivement. Le gaz participe dans le transfert radiatif par absorption avec un coefficient d'absorption $\kappa_g = 0,1 \text{ m}^{-1}$.

3.7.2 Effet des propriétés radiatives

Les équations (3.15)-(3.19) montrent que les propriétés radiatives des particules sont fonctions de leurs tailles, de leur densité N_p dans le milieu et de leur émissivité. Ainsi, pour des particules de taille uniforme d_p et de densité N_p , les propriétés radiatives des particules seront fonction uniquement de leur émissivité ϵ_p . Dans le but de varier ces propriétés radiatives, nous reprenons la configuration précédente ($d_p=100\mu\text{m}$, $N_p=2,54\cdot 10^7 \text{ m}^{-3}$, $T_{\text{in}}=1000\text{K}$ et $U_{\text{in}}=0,2\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$) et nous considérons les valeurs 1 ; 0,4 et 0,05 de ϵ_p . nous supposons que la diffusion est isotrope. Pour ces trois valeurs de l'émissivité, les valeurs maximales du coefficient d'absorption et du coefficient de diffusion sont respectivement ($\kappa_p=0,2 \text{ m}^{-1}$, $\sigma_s=0 \text{ m}^{-1}$), ($\kappa_p=0,08 \text{ m}^{-1}$, $\sigma_s=0,12 \text{ m}^{-1}$) et ($\kappa_p=0,01 \text{ m}^{-1}$, $\sigma_s=0,19 \text{ m}^{-1}$).

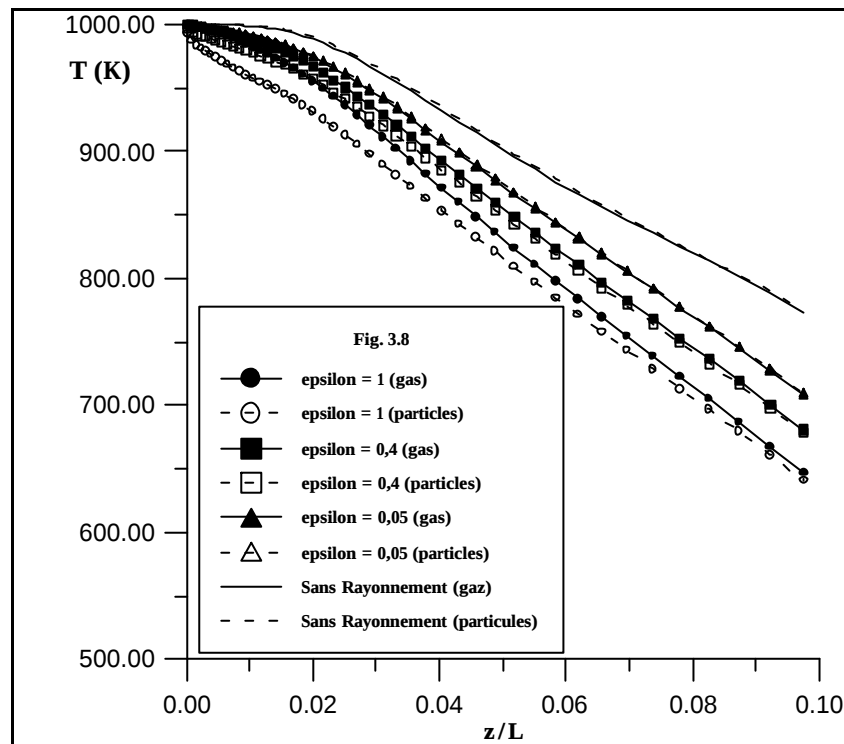


Figure 3.8 Températures axiale du gaz et des particules pour différentes émissivités

Pour chacune des trois valeurs de ϵ_p , la température axiale du gaz et des particules est rapportée sur la figure 3.8. Cette figure montre qu'une diminution de ϵ_p engendre une augmentation de la température dans le milieu. Ceci s'explique par le fait que lorsque ϵ_p diminue, l'énergie emmagasinée par les particules diminue à son tour et par conséquent le transfert vers les parois devient moins important.

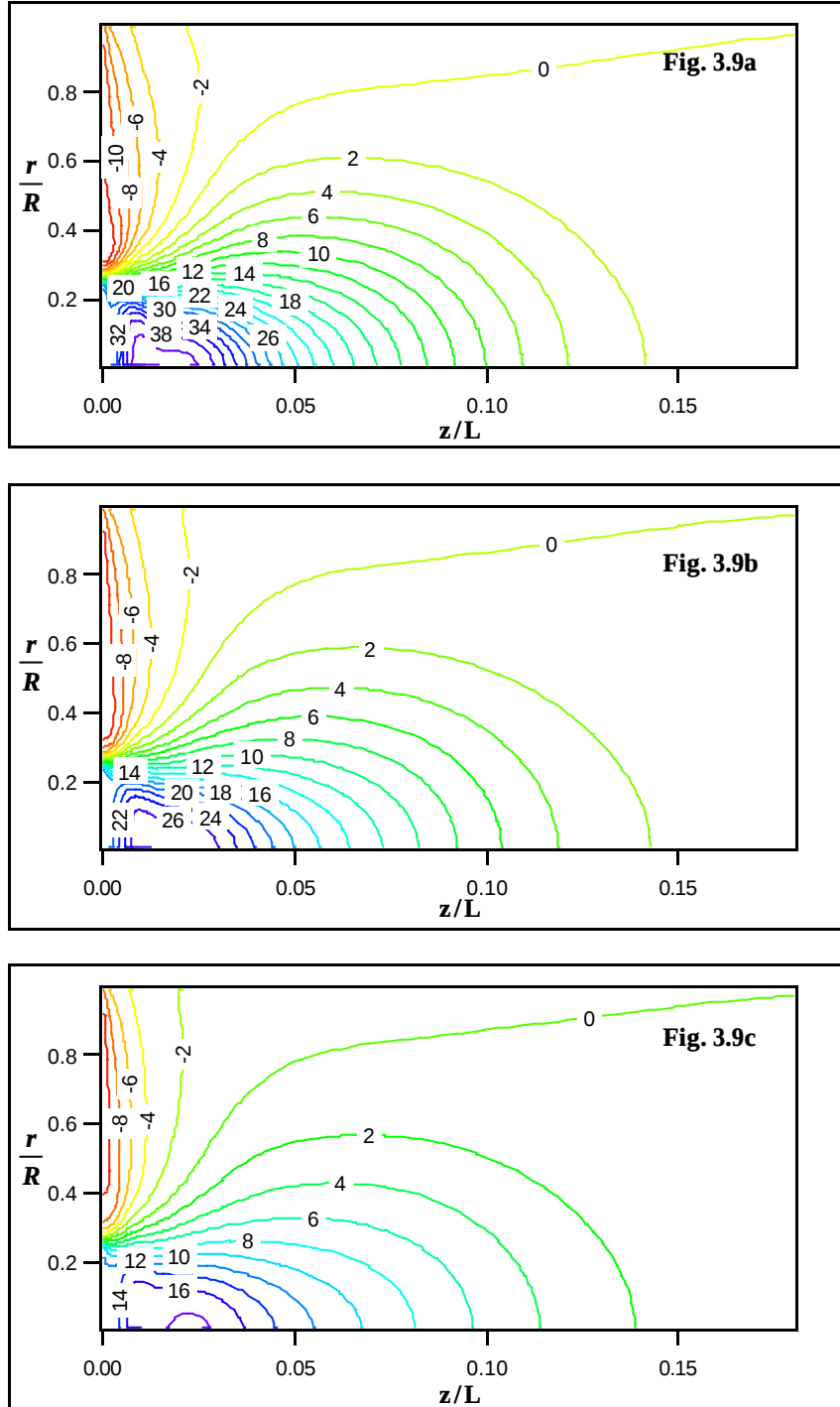


Figure 3.9 Terme source radiatif ($\text{kW} \cdot \text{m}^{-3}$): (a) $\epsilon_p=1$, (b) $\epsilon_p=0,4$, (c) $\epsilon_p=0,05$

La figure 3.8 montre également que les particules se refroidissent plus rapidement que le gaz, particulièrement pour les grandes valeurs de ϵ_p pour lesquelles la différence entre les températures des deux phases est observée. Cette constatation est principalement due aux grandes valeurs obtenues pour le coefficient d'absorption des particules, comparées au coefficient d'absorption du gaz, et aussi à l'importance du transfert radiatif dans le milieu.

Lorsque l'émissivité diminue, la diffusion devient plus importante et la température des particules se rapproche de celle du gaz et le mélange devient à l'équilibre thermique. En outre, la comparaison de ces profils de température avec celui obtenu dans l'absence du rayonnement dans le milieu montre clairement le rôle de ce mode de transfert dans ce milieu particulaire.

Les figures 3.9a-c illustrent l'effet de la diffusion sur la divergence du flux radiatif dans le canal pour les trois valeurs de l'émissivité des particules $\varepsilon_p=1$, $\varepsilon_p=0,4$ et $\varepsilon_p=0,05$, respectivement. Cette figure montre que la divergence du flux radiatif est très importante dans la zone proche de l'injection où les températures sont élevées. La figure montre également que la diminution de ε_p diminue la divergence du flux radiatif et produit plus d'uniformité dans le milieu. Physiquement, cette uniformité est produite par le phénomène de diffusion qui devient très important pour les faibles valeurs de ε_p .

3.7.3 Effet de la fonction de phase

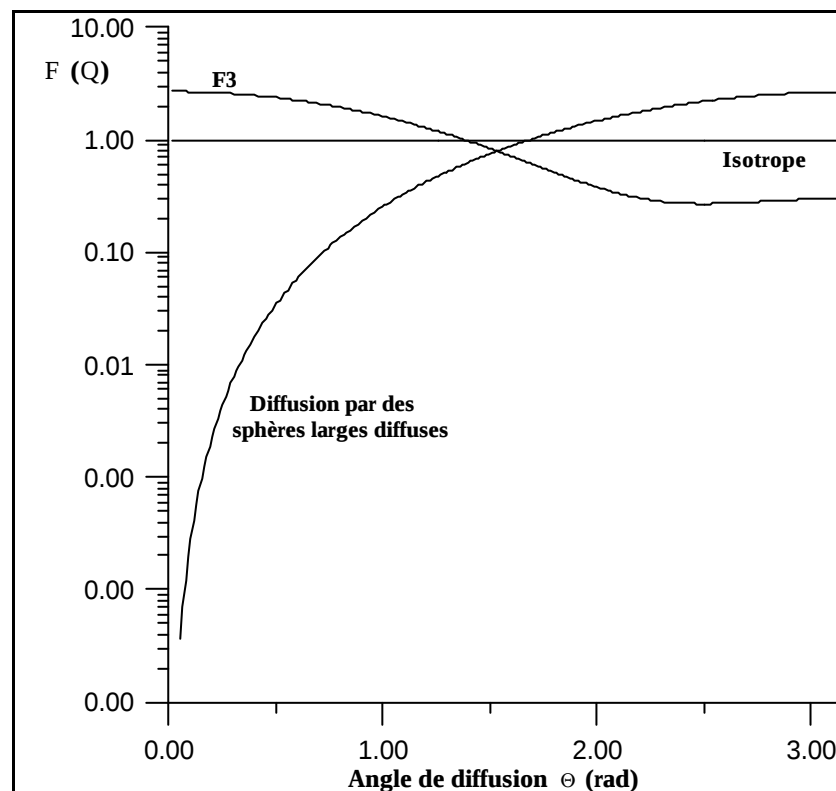


Figure 3.10 Fonctions de phase de diffusion

L'effet de la fonction de phase de diffusion sur le transfert radiatif est présenté pour trois fonctions de phase différentes, qui sont représentées sur la figure 3.10. La première fonction de phase correspond à une diffusion vers l'avant du type F3, la seconde est celle

d'une diffusion isotrope et la troisième de phase est une fonction qui décrit la diffusion du rayonnement par des sphères diffuses. Cette dernière fonction a été présentée par Modest (2003) pour des particules sphériques solides diffuses. Elle est exprimée par :

$$F(\vec{s}', \vec{s}) = \frac{8}{3\pi} (\sin \Theta - \Theta \cos \Theta) \quad (3.56)$$

Pour mieux illustrer cet effet, le mélange gaz/particules est injecté avec une vitesse $U_{in}=0,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et avec une densité de nombre de particules $N_p=6,24\cdot 10^8 \text{ m}^{-3}$ qui correspond à un taux de chargement des particules $\dot{m}_p=0,807 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$. Les particules ont un diamètre $d_p=100\mu\text{m}$ et une émissivité $\varepsilon_p=0,05$. Le choix de ces valeurs de N_p et de ε_p nous donne des valeurs importantes pour le coefficient de diffusion σ_s , en effet, pour des valeurs élevées de ε_p , les valeurs de σ_s deviennent faibles et donc le phénomène de diffusion devient peu important.

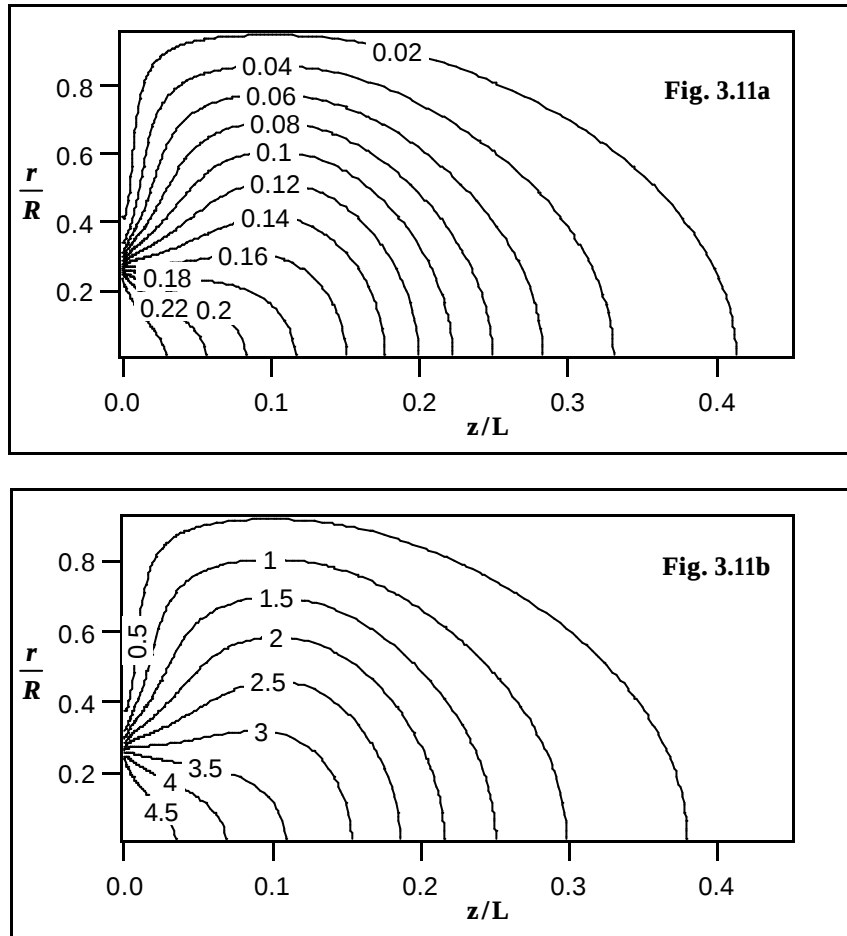


Figure 3.11 Propriétés radiatives des particules (m^{-1}) : a) Coefficients d'absorption, b) coefficients de diffusion

Pour cette configuration, la distribution du coefficient d'absorption et du coefficient de diffusion dans tout le domaine est représentée sur les figures 3.11a et 3.11b.

L'évolution radiale du flux radiatif axial q_z^R est rapportée sur la figure 3.12, pour trois positions axiales ($z=0$, $z=0,1\text{m}$ et $z=0,3\text{m}$). En se référant au résultat obtenu lorsque la diffusion est isotrope, cette figure montre que l'utilisation de la fonction de phase du type F3 favorise le transfert radiatif alors que la fonction de phase qui correspond à des sphères diffuses diminue le transfert. En outre, la figure 3.12 montre que la fonction de phase joue un rôle important dans le transfert qui est très prononcé au voisinage de l'entrée du canal. Cette importance s'explique par les grandes valeurs prises par le coefficient de diffusion et par la température dans cette zone. D'autant plus, la comparaison avec le cas non diffusant ($\sigma_s=0 \text{ m}^{-1}$) montre que la diffusion diminue le transfert dans la direction axiale du milieu. En comparant les valeurs du flux radiatif à des positions axiales différentes, on remarque également que lorsqu'on s'éloigne de la zone d'entrée, le flux radiatif devient de plus en plus moins important. Cette diminution s'explique par la diminution de la température dans le milieu qui devient de plus en plus uniforme.

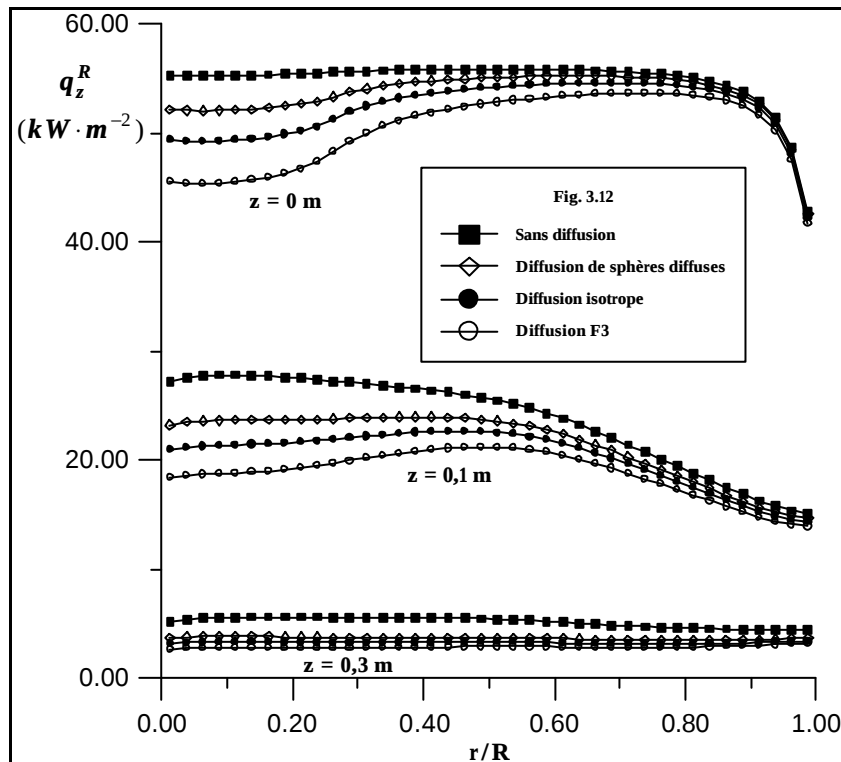


Figure 3.12 Effet de la diffusion sur le flux radiatif axial ($U_{in}=0,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $\dot{m}_p=0,807 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$, $\varepsilon_p=0,05$)

L'évolution axiale du flux net radiatif sur la paroi latérale du canal est rapportée sur la figure 3.13 pour les trois fonctions de phases. Cette figure montre que de la fonction de phase de diffusion ne présente pas un grand effet sur le flux net radiatif près de la paroi latérale. Ceci peut s'expliquer par les faibles valeurs des propriétés radiatives au voisinage de cette paroi, particulièrement les coefficients de diffusion σ_s .

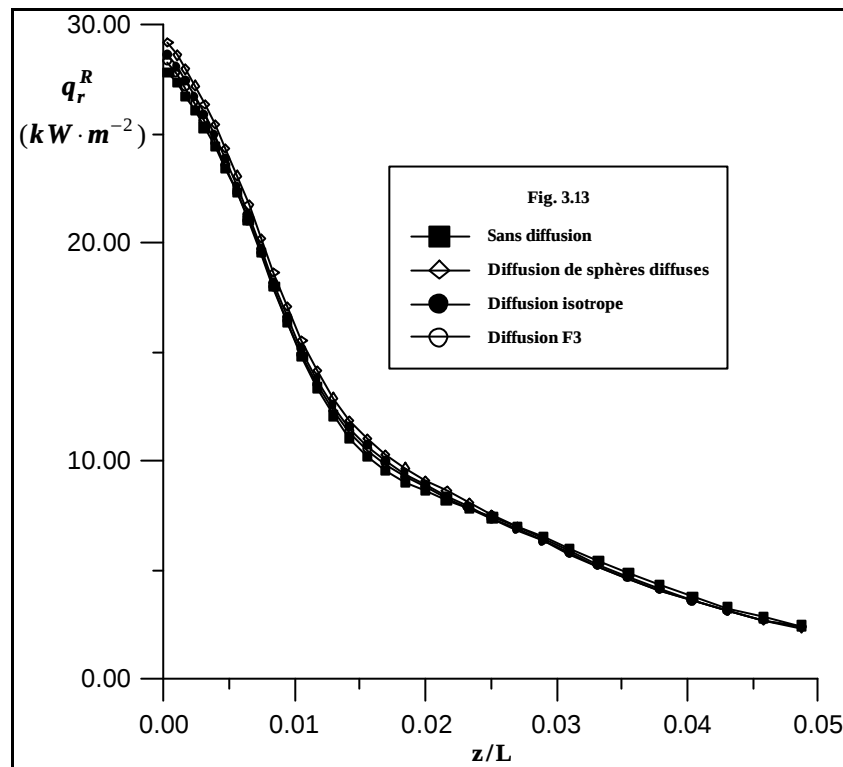


Figure 3.13 Flux radiatif net sur la paroi latérale pour différentes fonctions de phase ($U_{in}=0,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $\dot{m}_p=0,807 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$, $\varepsilon_p=0,05$)

3.7.4 Effet de la distribution des particules

L'effet de la distribution des particules dans le canal est illustré à travers la variation de la vitesse d'injection du mélange tout en gardant la même densité de nombre de particules N_p au point d'injection ($N_p=2,54\cdot 10^7 \text{ m}^{-3}$). Lorsqu'on varie la vitesse d'injection, l'écoulement dans le canal n'est plus le même, et donc cette variation engendre une redistribution des particules dans le milieu. Initialement, le gaz et les particules sont injectés avec la même température $T_{in}=1000\text{K}$. Nous pouvons alors suivre l'évolution de la température axiale du gaz et des particules pour différentes distributions des particules et ainsi regarder l'effet thermique de la concentration des particules sur le transfert. En

regardant la figure 3.14, on remarque que la diminution de la vitesse d'injection provoque des températures moins importantes pour le gaz et pour les particules. La diminution des températures s'explique physiquement par l'augmentation du temps de séjour du gaz et des particules lorsque la vitesse diminue, et donc il y aura plus d'échanges de chaleur entre le milieu et les parois.

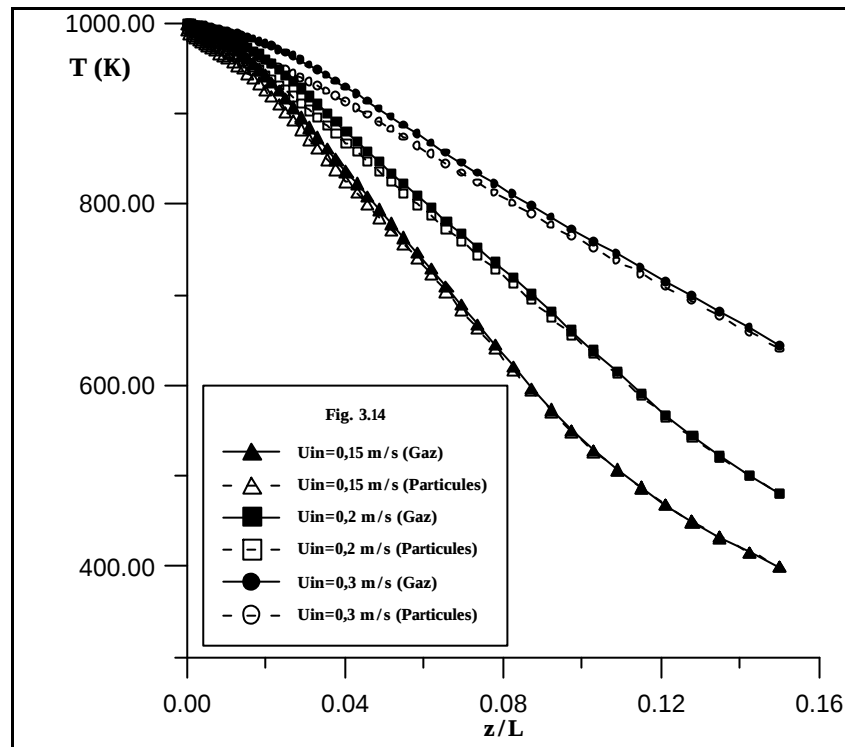


Figure 3.14 Effet de la vitesse d'entrée sur la température dans le milieu ($\epsilon_p=0,7$)

On peut aussi noter que lorsque la vitesse d'injection diminue, l'écart de température entre le gaz et les particules diminue également. Ceci s'explique encore par l'augmentation du temps de séjour du gaz et des particules dans le canal qui laisse plus d'échanges thermiques s'établir entre les deux phases.

La figure 3.15 montre l'effet de la variation de la température d'injection sur l'écart de température entre le gaz et les particules. Cette figure montre que lorsque la température d'injection T_{in} augmente, l'écart de température entre le gaz et les particules augmente également. Cette figure confirme aussi l'effet de la vitesse d'injection, expliqué ci-dessus, sur cet écart.

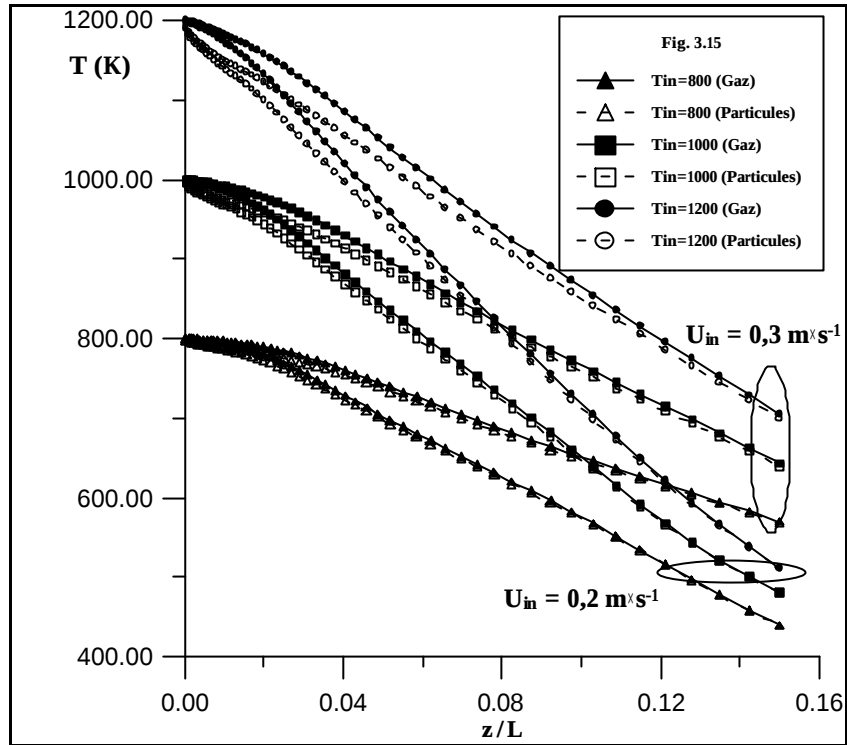


Figure 3.15 Effet de la température d'entrée sur la température dans le milieu

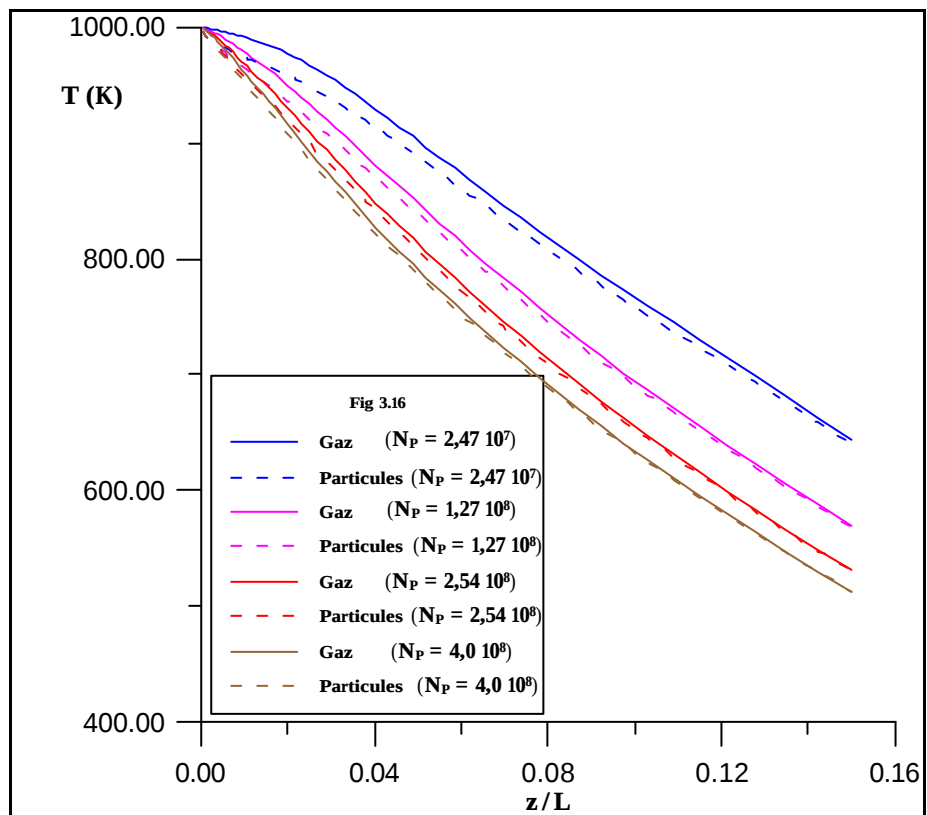


Figure 3.16 Effet de la densité du nombre de particules

On peut aussi étudier l'effet de la distribution des particules en variant le nombre de densité de particules à l'entrée, tout en gardant la même vitesse d'injection. Dans cette étude paramétrique, nous avons remarqué que pour les faibles valeurs de ε_p , les températures du gaz et des particules sont pratiquement identiques, et donc la variation de N_p n'a pas pratiquement d'effet. Nous considérons alors un mélange gaz/particules ayant une vitesse d'injection $U_{in}=0,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et une température initiale $T_{in}=1000\text{K}$. L'émissivité des particules est $\varepsilon_p=0,7$. Pour différentes valeurs de N_p , nous avons représenté sur la figure 3.16 l'évolution axiale de la température du gaz et des particules sur l'axe du canal. Cette figure montre que le maximum d'écart entre la température du gaz et celle des particules est observé pour les faibles valeurs de N_p , et qu'il se produit dans la zone proche de l'entrée. On remarque également que lorsque N_p augmente, les températures du gaz et des particules se rapprochent et deviennent presque identiques.

3.8 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre nous avons présenté une analyse diphasique du rayonnement thermique. Nous avons mis en relief l'importance des particules dans le processus de transfert radiatif lorsque le milieu est à haute température. La contribution de la phase particulaire est analysée en introduisant les propriétés radiatives des particules. En effet, un coefficient d'absorption et un coefficient de diffusion relatifs aux particules sont ajoutés au coefficient d'extinction dans l'équation de transfert radiatif. L'équation obtenue est dite Equation de Transfert Radiatif Diphasique. L'effet radiatif de ces particules est analysé à l'aide d'une étude paramétrique qui présente l'effet des propriétés radiatives et de la distribution des particules dans le milieu sur le flux radiatif et sur la température. Ces effets sont présentés dans le cas d'un jet axisymétrique d'un mélange gaz/particules dans un canal cylindrique. En plus de l'importance du mode de transfert par rayonnement, cette étude a montré que la diffusion homogénéise la température dans le milieu et réduit le flux radiatif axial. Cette étude a illustré également l'effet de la distribution des particules. En effet les résultats obtenus montrent que la température diminue avec la vitesse d'injection, et par conséquent avec le taux de chargement des particules. Cette diminution est due à l'accroissement du temps de séjour des particules qui augmente les transferts dans le milieu et vers les parois.

Chapitre 4

Transfert Radiatif Dans un Milieu Non Gris

Chapitre 4

TRANSFERT RADIATIF DANS UN MILIEU NON GRIS

4.1 Introduction

Dans les fours chauffés par combustion, et en général dans les systèmes industriels de combustion, les produits de combustion ont des températures élevées. Les propriétés radiatives de ces produits, particulièrement le dioxyde de carbone CO_2 et la vapeur d'eau H_2O , varient fortement avec la longueur d'onde et avec la température. Ainsi, le rayonnement thermique variera avec la longueur d'onde. On dit que le transfert radiatif est un transfert spectral. L'hypothèse d'un milieu gris dans ces applications industrielles n'est donc pas très réaliste. Il est alors important d'étudier le transfert radiatif dans ces milieux à l'aide d'une analyse spectrale pour obtenir des prédictions précises et plus réalistes. Seulement quelques travaux expérimentaux ont été menés pour mesurer les propriétés radiatives spectrales. Pour les milieux gazeux, Soufiani et Taine (1999), du laboratoire EM2C, ont fourni des données spectroscopiques pour différents espèces (H_2O , CO_2 , CO) en tenant compte des émissions à hautes températures. Ces données ont été utiles pour les modèles Statistiques à Bandes Etroites. Pour les milieux non gazeux, Baillis et al. (2002) ont identifié les propriétés radiatives de la mousse de polyuréthane. Frank et al. (2005) ont étudié le transfert radiatif dans un milieu (céramique) semi transparent. Cependant, il existe plusieurs modèles numériques qui ont été développés pour analyser le comportement non gris introduit par la variation spectrale des propriétés radiatives des produits de combustion. Ces modèles sont groupés en trois groupes de modèles, qui sont:

- Les modèles raie par raie [Line by Line (LBL)]
- Les modèles de bandes
- Les modèles globaux

Le modèle raie par raie (LBL) est le modèle le plus précis pour la détermination des propriétés radiatives spectrales des gaz. Dans cette méthode, l'équation de transfert radiatif est intégrée sur tout le spectre moléculaire des gaz (Ozisik, 1973). Cependant, dans les applications de combustion où les propriétés radiatives des produits de combustion varient fortement le long du spectre, en particulier H_2O et CO_2 , il faut des milliers de raies et des centaines de bandes pour aboutir à un résultat précis (Farias et Carvalho, 1998; Solovjov et Webb, 2005). L'approche raie par raie devient alors numériquement très lourde et peu pratique pour ces applications. Toutefois, la précision de cette méthode lui permet d'être très utile pour obtenir des résultats de référence sur lesquels on pourra valider les autres approches. En effet, ce modèle sert d'outil de validation de modèles simplifiés moins lourds (Pierrot et al., 1999).

Dans les modèles de bandes, le spectre est subdivisé en des intervalles de longueurs d'ondes $\Delta\lambda$, ou de fréquences $\Delta\nu$, appelées *bandes*, et qui sont centrées autour des milieux de ces intervalles. Sur chacune de ces bandes, les propriétés radiatives sont considérées comme constantes. On trouve alors deux groupes de modèles de bandes qui sont les modèles à bandes étroites et les modèles à bandes larges. Dans le premier groupe de modèles, le spectre est subdivisé en des bandes très étroites. Pour chaque bande, les propriétés radiatives sont calculées et l'équation de transfert radiatif est alors résolue. L'étroitesse de la bande fait que dans ce modèle on utilise un grand nombre de bandes et par conséquent, un nombre très élevé de résolutions de l'équation de transfert radiatif. À ce niveau, le calcul du transfert radiatif nécessite alors un énorme volume de calcul et donc un temps prohibitif (excessif). Dans le deuxième groupe, les modèles à bandes larges représentent une simplification du modèle à bandes étroites, du fait qu'on utilise des bandes plus larges et donc un nombre moins élevé de bandes et de fois de résolutions de l'équation de transfert radiatif. Il en résulte que les modèles à bandes larges sont plus économiques du point de vue volume de calcul et temps d'exécution tout en gardant une prédiction acceptable.

Cependant, les modèles de bandes (larges et étroites) présentent des difficultés au niveau de leur couplage avec la MOD et la MVF qui sont très utilisées pour la résolution de l'équation de transfert radiatif. En effet, le modèle à bandes étroites fournit les transmissivités spectrales moyennées sur la bande, quant aux modèles à bandes larges ils fournissent les absorptivités spectrales des gaz présents dans le milieu. L'implémentation multidimensionnelle des modèles de bandes nécessite donc un calcul intermédiaire des coefficients d'absorption (et de diffusion). Il en résulte une difficulté d'intégrer directement ces modèles dans la MOD ou la MVF où on utilise les coefficients d'absorption et d'extinction.

Plusieurs chercheurs se sont alors intéressés à développer des modèles qui fournissent des propriétés radiatives basées sur les coefficients d'absorption et d'extinction qui seront couplés avec la MOD et la MVF plus facilement. Le modèle des k -distributions, présenté par Domoto (1974) et ensuite le modèle de coefficient d'absorption cumulé (CK), qui a été développé à l'origine pour l'étude du rayonnement dans l'atmosphère (Goody et al., 1989; Lacis et Oinas, 1991) présentent cet avantage en libérant les coefficients d'absorption κ de la dépendance spectrale. En effet, la connaissance de la position de chaque raie d'une bande spectrale étroite $\Delta\nu=[\nu_1, \nu_2]$ n'est pas nécessaire. Par contre, on utilise une fonction de distribution des coefficients d'absorption $f(\kappa)$ qui représente la densité de probabilité de trouver la valeur κ dans l'intervalle $\Delta\nu$ (Joseph, 2004). Ainsi, dans ces modèles, la luminance radiative du corps noir est supposée constante sur la bande étroite $\Delta\nu$, et l'intégration sur les longueurs d'ondes sur une bande est remplacée par une intégration sur les coefficients d'absorption. Dans cette deuxième intégration, la luminance radiative varie en fonction des coefficients d'absorption κ et cette variation est plus lente que celle en fonction des longueurs d'ondes. De cette manière, il est aisé de coupler ces modèles CK avec la MOD et la MVF. Toutefois, ils nécessitent un temps de calcul élevé ce qui le rend non souhaitable dans les problèmes d'ingénierie. Cependant, ils continuent à recevoir l'intérêt de plusieurs travaux qui ont fait apparaître d'autres modèles hybrides. En effet, Soufiani et al. (1997) ont présenté les propriétés radiatives des gaz H_2O , CO_2 , et CO pour les modèles SNB et CK. Liu et al. (2000) ont utilisé le modèle Statistique à Bandes Étroites en k -corrélés (SNB-CK) pour l'étude d'une enceinte rectangulaire remplie d'un mélange gazeux (CO_2 - H_2O - N_2). Ströhle et Coelho (2002) et Ströhle et al. (2003) ont adopté le modèle à bandes large en k -corrélés (WB-CK) pour l'étude d'un mélange CO_2/H_2O dans le cas 1D. Ils ont trouvé que

ce modèle est précis et économique du point de vue temps de calcul. Zhang et Modest (2002) et Modest et Zhang (2002) ont présenté le modèle FS-CK (Full Spectrum Correlated-k) pour l'étude du transfert radiatif dans les applications de combustion des gaz. Dans ce modèle, la distribution CK est étendue sur tout le spectre.

Tous ces modèles présentent une bonne précision. Cependant, ils demandent un temps de calcul important. Les modèles globaux, qui sont basés sur les coefficients d'absorption et d'extinction, présentent l'avantage d'être plus économiques. Dans ces modèles, le spectre d'un gaz est représenté avec un minimum d'informations telles que l'émissivité totale ε ou la transmittance totale τ du gaz. Avec ces modèles, on définit ainsi une émissivité totale constante sur tout le spectre et le gaz est dit «gris». Ces modèles sont plus économiques en temps de calcul que les modèles de bandes. Le modèle de la Somme Pondérée de Gaz Gris WSGG (Weighted Sum of Gray Gases) représente le modèle le plus utilisé pour le calcul des propriétés radiatives des gaz de combustion. À l'origine, ce modèle a été proposé par Hottel et Sarofim (1967) pour le calcul radiatif dans les chambres de combustion. Il consiste à remplacer le gaz réel (non gris) par un nombre fini de gaz gris. En utilisant ce modèle, l'équation de transfert radiatif est intégrée pour chacun de ces gaz gris. Le flux radiatif total s'obtient par l'addition des flux calculés pour chaque gaz gris auquel on attribut un coefficient multiplicatif (a_i) appelé « facteur de pondération (Weighting factor) » (Modest, 1991). La précision du modèle est reliée directement au choix de ces coefficients de pondération. Les coefficients les plus utilisés sont ceux de Truelove (1976), Farag et Allam (1981), Smith et al. (1982), et plus récemment Soufiani et Djavdan (1994). Ce modèle a été adopté dans plusieurs travaux. En effet, Coelho (2002) a utilisé le modèle WSGG dans une géométrie 3D lors de sa comparaison avec le modèle CK. Triviç (2004) a couplé ce modèle à la MVF pour l'étude du rayonnement non gris dans une configuration 3D parallélépipédique. Yu et al. (2000) ont étendu ce modèle aux cas diphasique où ils ont étudié le transfert radiatif dans un mélange d'un gaz non gris avec des particules solides. Le modèle WSGG a fait l'objet de plusieurs travaux de développement ; Yang et Song (1999) ont présenté un modèle hybride WSGG-NB, Kim et Song (2000) ont proposé le modèle WSGG basé sur le modèle spectral et ils ont présenté une base de données des propriétés radiatives des gaz de combustion. Denison et Webb (1995) ont amélioré le modèle WSGG vers le modèle SLW (Spectral Line-based Weighted-Sum-of-Gray-Gases). Dans une logique similaire, Pierrot et al. (1999a, 1999b) ont développé d'autres modèles tels que

l'ADF (Absorption Distribution Function) et l'ADF-FG (Absorption Distribution Function-Fictitious Gas). Ils ont appliqué ces modèles dans le cas monodimensionnel pour un mélange H_2O/CO_2 avec une température et une concentration variables. Tous ces modèles sont récapitulés et comparés dans le Tableau 4.1 ci-dessous :

Tableau 4.1 : Comparaison entre les différents modèles non gris

Modèle	Économie en temps de calcul	Précision	Modification pour la MVF
LBL	Lourd	Exact	Oui, ETR basée sur τ
NB	Lourd	Très précis	Oui, ETR basée sur τ
EWBM	Lourd	Précis	Oui, ETR basée sur τ
WSGG	Très rapide	Satisfaisant	Non, ETR basée sur κ
SLW	Rapide	Précis pour N_g élevé	Non, ETR basée sur κ
CK	Lourd	Précis	Non, ETR basée sur κ
SNBCK	Lourd	Précis	Non, ETR basée sur κ
FSCK	Lourd	Précis	Non, ETR basée sur κ
WBCK	Rapide	Bon pour $N_g=20$	Non, ETR basée sur κ

Devant ce grand éventail de modèles, la simplicité et la précision satisfaisante et la rapidité du modèle WSGG nous ont incité à l'utiliser pour étudier le rayonnement thermique dans un milieu non gris à travers son couplage avec la MVF. Nous commencerons alors dans un premier temps par présenter le modèle WSGG et les modifications correspondantes dans l'équation de transfert radiatif. Ensuite, nous passerons à la validation du modèle couplé avec la MVF. En fin, nous appliquerons ce modèle au cas d'un prototype d'un brûleur d'une turbine à gaz pour la prédiction du flux radiatif incident sur la paroi latérale du foyer.

4.2 Modèle de la Somme Pondérée de Gaz Gris (WSGG)

4.2.1 Description du modèle

Dans le modèle de la somme pondérée de gaz gris, l'émissivité totale du gaz est évaluée à partir de l'expression donnée par l'équation (4.1), dans laquelle l'émissivité est exprimée comme la somme pondérée des émissivités des N_g gaz gris qui constituent le modèle.

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^{Ng} a_{\varepsilon,i}(T) \underbrace{\left[1 - e^{-\kappa_i PS}\right]}_A \quad (4.1)$$

Dans cette expression, les facteurs $a_{\varepsilon,i}$ sont fonction de la température du gaz et ils représentent les facteurs de pondération d'émission. Le terme A constitue l'émissivité du $i^{\text{ème}}$ gaz gris de coefficient d'absorption κ_i . P est la pression totale et S désigne une longueur caractéristique du système qui peut être la longueur moyenne de rayon telle que définie par Hottel et Sarofim (1967) ou bien la dimension caractéristique d'une maille dans le cas d'un calcul CFD. Physiquement, les facteurs de pondération d'émission $a_{\varepsilon,i}$ sont regardés comme la fraction d'énergie du corps noir dans la région du spectre où se trouve le gaz gris ayant le coefficient d'absorption κ_i .

Pour tenir compte des « fenêtres » qui existent entre les lignes d'absorption, l'un des gaz est supposé transparent pour lequel le coefficient d'absorption est ajusté à zéro. Dans ce modèle, on vérifie la loi de Beer pour un gaz, c'est-à-dire que pour les grandes valeurs du produit PS , l'absorptivité tend vers 1. Les facteurs de pondération d'émission sont positifs et leur somme vaut 1. Ainsi, le facteur de pondération d'émission pour le gaz transparent est obtenu par :

$$a_{\varepsilon,0} = 1 - \sum_{i=1}^{Ng} a_{\varepsilon,i} \quad (4.2)$$

La précision du modèle réside dans le choix des facteurs de pondération adéquats au problème étudié parce qu'ils dépendent de la composition, de la pression et de la température du gaz. Les corrélations les plus utilisées sont celles présentées par Smith et al. (1982) et par Truelove (1976).

Dans leur travail, Smith et al. (1982) ont présenté des facteurs de pondération pour la vapeur d'eau, pour le dioxyde de carbone et pour un mélange de ces deux gaz (H_2O/CO_2) avec des rapports de pression partielles 1 et 2. Pour les trois cas, la pression totale est égale à 1 atm ; pour les cas de mélanges, la pression partielle du dioxyde de carbone est $P_{CO_2} = 0,1 \text{ atm}$. Dans leur modélisation, les auteurs ont exprimé les facteurs de pondération $a_{\varepsilon,i}$ par des polynômes d'ordre $J-1$ en fonction de la température sous la forme :

$$a_{\varepsilon,i} = \sum_{j=1}^J b_{\varepsilon,i,j} T^{j-1} \quad (4.3)$$

où $b_{\varepsilon,i,j}$ sont les coefficients des polynômes.

De la même manière, ils ont exprimé l'absorptivité totale par une somme pondérée des absorptivités des Ng gaz gris sous la forme :

$$\alpha = \sum_{i=1}^{Ng} a_{\alpha,i}(T, T_p) \left[1 - e^{-\kappa_i PS} \right] \quad (4.4)$$

où $a_{\alpha,i}$ sont les facteurs de pondération d'absorption qui dépendent, en plus de la température du gaz, de la température des parois qui entourent le gaz. La somme de ces coefficients doit être égale à 1 et le facteur de pondération d'absorption pour le gaz transparent est obtenu par :

$$a_{\alpha,0} = 1 - \sum_{i=1}^{Ng} a_{\alpha,i} \quad (4.5)$$

Ces coefficients sont également exprimés à l'aide de polynômes d'ordres $J-1$ et $K-1$ en fonction de la température du gaz et de celle des parois. Ils sont donnés par :

$$a_{\alpha,i} = \sum_{j=1}^J \left[\sum_{k=1}^K c_{\alpha,i,j,k} T_p^{k-1} \right] T^{j-1} \quad (4.6)$$

où $c_{\alpha,i,j,k}$ sont les coefficients des polynômes.

Pour simplifier le calcul, nous avons utilisé le même coefficient d'absorption pour l'émissivité et l'absorptivité totales. Les coefficients des polynômes et les coefficients d'absorption κ_i sont obtenus à partir du lissage de l'équation (4.1) avec des valeurs de référence de l'émissivité et l'absorptivité totales qui peuvent être fournies expérimentalement (Hottel et Sarofim, 1967) ou numériquement. Dans leur travail, Smith et al. (1982) ont utilisé des données de référence en se basant sur le modèle Exponentiel à Bandes Larges EWB (Exponential Wide Band Model) pour le calcul numérique des émissivités et des absorptivités totales. Les corrélations des facteurs de pondération sont présentées pour 4 gaz gris. Leur domaine de validité est :

$$P_{totale} = 1 \text{ atm} ; 0,001 \leq PS \leq 10,0 \text{ atm}\cdot\text{m} ; 600\text{K} \leq T \leq 2400\text{K}$$

Dans un autre travail, Truelove (1976) a utilisé le modèle de la somme pondérée de gaz gris pour l'étude du rayonnement non gris dans un mélange ($\text{H}_2\text{O}-\text{CO}_2-\text{N}_2$, suie) qui est couramment rencontré dans les produits de combustion des gaz. Dans son étude, Truelove (1976) a modélisé les facteurs de pondération d'émission par une corrélation linéaire avec la température du gaz en présence et en absence de suies. Dans son modèle, il a représenté le gaz réel par 4 gaz gris, en absence de suies, et par 8 gaz gris lorsque les suies sont présentes.

4.2.2. Modifications apportées à l'équation de transfert radiatif

L'utilisation du modèle WSGG consiste à écrire l'équation de transfert radiatif pour chacun des gaz gris qui constituent le modèle. L'équation de transfert radiatif relative à chacun de ces gaz ($i=1 \dots N_g$) s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\frac{dI_i(\vec{s}, \vec{r})}{ds} = -(\kappa_i + \sigma_s)I_i(\vec{s}, \vec{r}) + \kappa_i a_{\varepsilon,i}(T)I_{b,i}(\vec{r}) + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} \Phi(\vec{s}', \vec{s}) I_i(\vec{s}', \vec{r}) d\Omega' \quad (4.7)$$

L'observation de cette équation montre que la modification apportée par le modèle WSGG sur l'équation de transfert radiatif réside dans l'apparition des facteurs de pondération $a_{\varepsilon,i}$ devant le terme d'émission du corps noir. La présence de ces facteurs signifie que seulement une fraction $a_{\varepsilon,i}$ de l'émission du corps noir est prise en compte pour le gaz gris considéré. Les propriétés radiatives qui interviennent dans cette équation sont celles relatives au gaz gris en question.

Une modification similaire est apportée sur les conditions aux limites où les facteurs de pondération d'absorption apparaissent devant le terme d'émission

$$I_i(\vec{s}, \vec{r}_p) = \varepsilon_p a_{\alpha,i}(T, T_p)I_{b,p}(T_p) + \frac{1-\varepsilon_p}{\pi} \int_{\vec{s}' \cdot \vec{n}_p < 0} I_i(\vec{s}', \vec{r}_p) |\vec{s}' \cdot \vec{n}_p| d\Omega' \quad (4.8)$$

Les facteurs de pondération apparaissent également dans l'expression du terme source radiative ; la divergence du flux radiatif relative à un gaz gris devient alors :

$$\nabla \cdot \vec{q}_i(\vec{r}) = \kappa_i [4\pi a_{\varepsilon,i}(T)I_{b,i}(\vec{r}) - G_i(\vec{r})] \quad (4.9)$$

Après la résolution de l'équation de transfert radiatif pour chacun des gaz gris, les quantités totales sont calculées en faisant la somme des quantités relatives à chaque gaz gris. Les termes d'intérêt sont les luminances totales, les flux net et incident totaux et la divergence totale du flux radiatif. Ces quantités sont données respectivement par :

$$I^m = \sum_{i=1}^{Ng} I_i^m \quad (4.10)$$

$$G_{tot}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{Ng} G_i(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{Ng} \int I_i(\vec{r}, \vec{s}) d\Omega \quad (4.11)$$

$$q_{\vec{n}_k, tot}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{Ng} q_{\vec{n}_k, i}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{Ng} \int I_i(\vec{r}, \vec{s}) (\vec{s} \cdot \vec{n}_k) d\Omega \quad (4.12)$$

$$\nabla \cdot q_{tot}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{Ng} \nabla \cdot q_i(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{Ng} \kappa_i [4\pi a_{\epsilon, i}(T) I_b(\vec{r}) - G_i(\vec{r})] \quad (4.13)$$

4.3 Résultats et discussions

Le modèle de la Somme Pondérée de Gaz Gris, décrit plus haut, a été appliqué pour cinq configurations pour la prédiction du terme source radiative et du flux radiatif sur les parois. Les quatre premières configurations décrivent des problèmes monodimensionnels. Dans la cinquième configuration on étudie le rayonnement dans une flamme type de combustion obtenue à partir d'un brûleur placé sur l'axe d'un four cylindrique. Pour ces cinq configurations, le modèle WSGG est basé sur les facteurs de pondération de Smith et al. (1982). Dans une deuxième étape, le modèle WSGG est appliqué au Prototype d'un Brûleur d'une Turbine à Gaz, décrit dans le chapitre 2, pour analyser l'effet du comportement non gris des produits de combustion sur les prédictions du flux radiatif. Pour cette application, les prédictions ont été calculées en se basant sur les facteurs de pondération fournis par Smith et al. (1982) et par Truelove (1976).

4.3.1 Validation sur des configurations monodimensionnelles

Dans la première configuration, on considère une couche de vapeur d'eau (pure) d'épaisseur $L=0,1$ m, placée entre deux plaques planes, parallèles, infinies, noires et froides. La vapeur d'eau est maintenue à une température $T=1000K$ et à la pression atmosphérique. Le flux radiatif sur les plaques et sa divergence le long de l'épaisseur L sont calculés en utilisant un maillage angulaire (8×12) et en subdivisant la couche L en 20 sous-couches. Il est lieu de rappeler que le code développé dans ce travail est bidimensionnel ; pour simuler une configuration monodimensionnelle nous prenons un cylindre ayant une petite hauteur et un grand diamètre ($diamètre = 100 \times hauteur$).

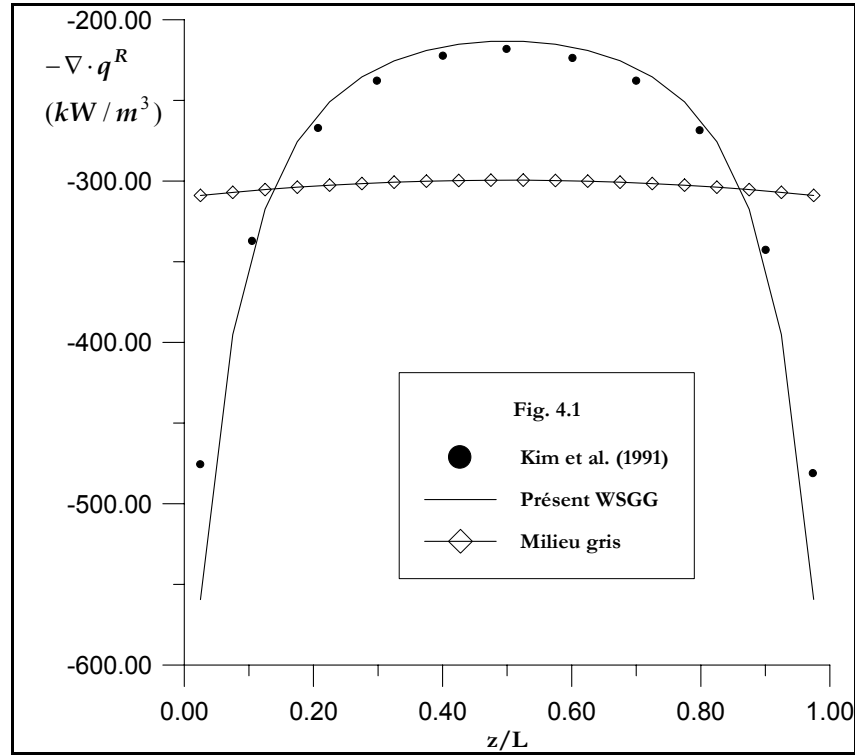


Figure 4.1 Terme source radiative pour L=0,1 m

Sur la figure 4.1, nous avons rapporté l'évolution du terme source radiative en fonction de la distance z entre les deux plaques. Les prédictions par le modèle WSGG sont comparées à celles de Kim et al. (1991), obtenues par le modèle Statistique à Bandes Etroites SNB (Statistical Narrow Band). La comparaison montre une bonne concordance entre les deux résultats. Sur cette figure, nous avons présenté le terme source radiative dans le cas où le milieu est supposé gris. Le coefficient d'absorption est calculé à partir de la relation suivante :

$$\kappa = -\text{Log}(1 - \varepsilon)/S \quad (4.14)$$

où S est la longueur caractéristique qui a pour valeur $S=1,9L$ et où ε représente l'émissivité totale, calculée à partir de l'équation (4.1). L'observation du résultat obtenu montre une nette différence entre les deux prédictions, ce qui justifie l'importance de l'analyse d'un milieu non gris.

Dans la deuxième configuration nous avons gardé le même problème décrit ci-dessus, mais en utilisant une couche plus épaisse ($L=1,0\text{m}$). Les résultats obtenus sont illustrés sur la figure 4.2. Cette figure montre une diminution (en valeur absolue) dans le terme source radiative qui est due à la largeur de la couche de gaz. Les faibles valeurs du terme source

radiative sont observées au centre de la couche. Les flux net radiatifs sur les parois sont donnés dans le Tableau 4.2 où ils sont comparés avec ceux de Kim et al. (1991) obtenus par le modèle SNB.

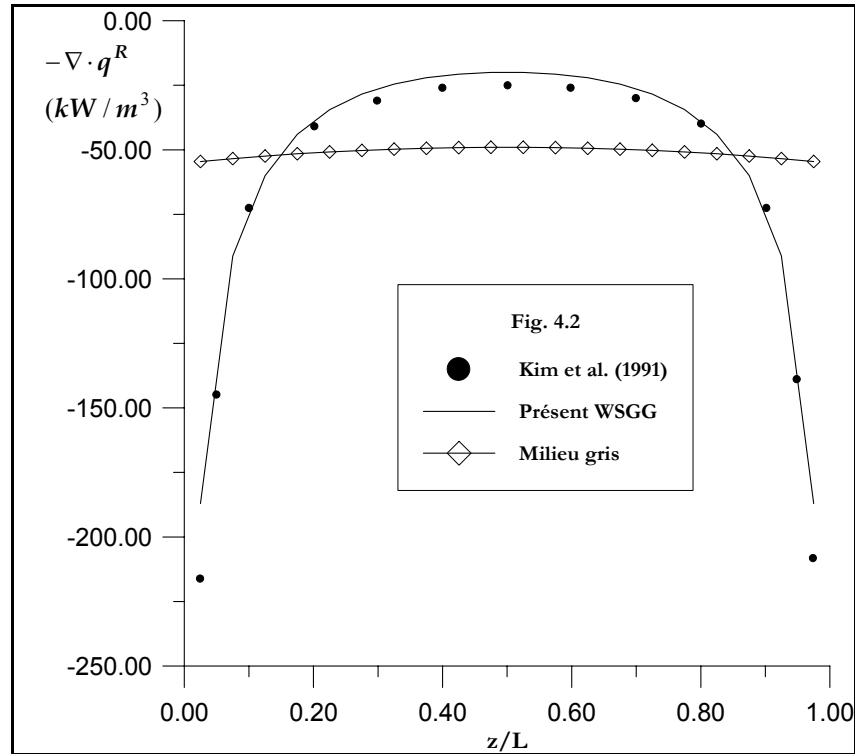


Figure 4.2 Terme source radiative pour $L=1,0$ m

Tableau 4.2 : Flux net radiatif sur les parois (kW/m²)

Configurations	Kim et al. (1991)	WSGG
$L= 0,1$ m	14,3	14,53
$L= 1,0$ m	28,2	26,60
Profil parabolique de $[H_2O]$	25,4	24,63

Pour ces deux configurations, nous avons étudié l'effet de la diffusion sur le transfert radiatif. Cet effet est décrit d'une part par quatre fonctions de phase de diffusion, et par la variation de l'albédo de diffusion ω , d'autre part. Les fonctions de phase utilisées sont les fonctions F1, F3, B2 et la fonction de diffusion isotrope (Kim et Lee, 1988). Les figures 4.3 et 4.4 montrent que le phénomène de diffusion diminue le terme source radiative. Ces

prédictions ont été calculées pour un albédo de diffusion $\omega=0,7$. Ces figures montrent également que la diminution est plus remarquable dans le cas d'un milieu mince.

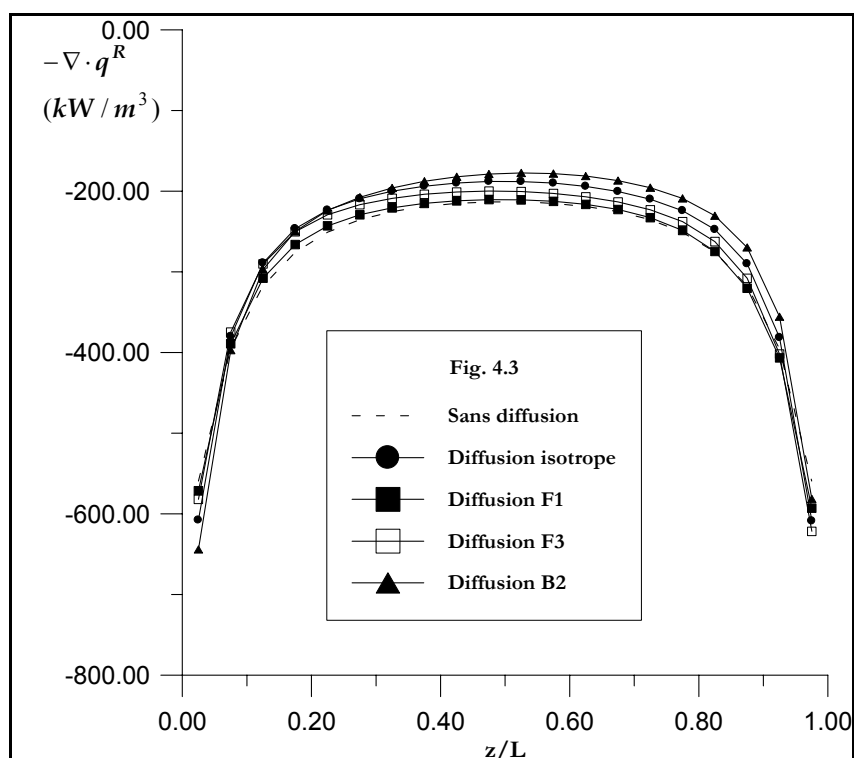


Figure 4.3 Effet de la fonction de phase de diffusion sur le terme source radiative ($L=0,1$ m)

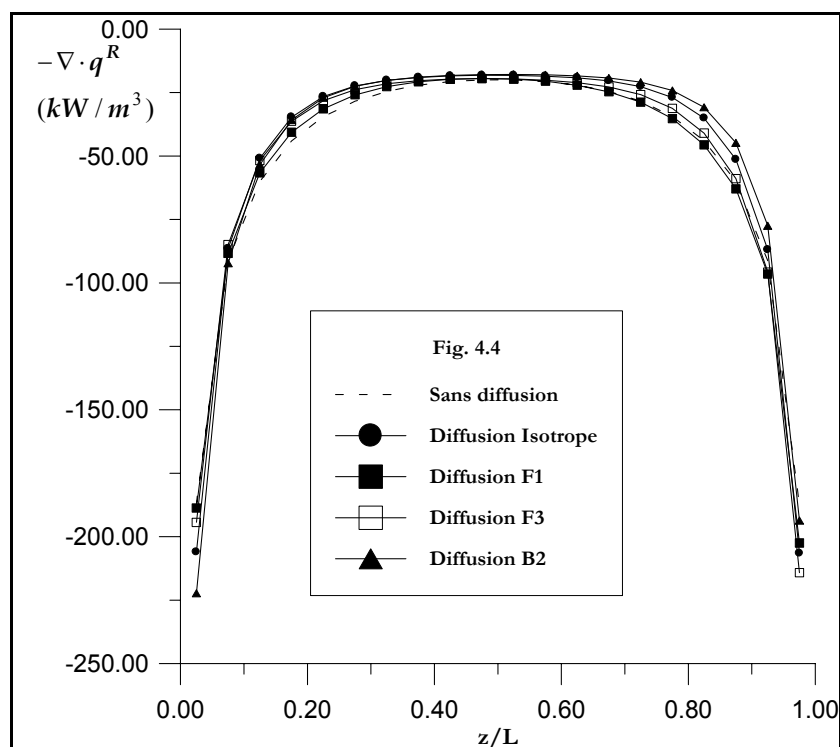


Figure 4.4 Effet de la fonction de phase de diffusion sur le terme source radiative ($L=1,0$ m)

Tableau 4.3 : Flux net radiatif sur les parois (kW/m^2) pour différentes fonctions de phase de diffusion

Fonctions de phase de diffusion ($\omega=0,7$)	Configurations	
	Config. 1 $L=0,1 \text{ m}$	Config. 2 $L=1,0 \text{ m}$
Sans diffusion	14,5305	26,6031
F1	14,4444	25,8273
F3	13,8141	24,2919
Isotrope	13,4965	23,7344
B2	13,4375	23,6471

Tableau 4.4 : Flux net radiatif sur les parois (kW/m^2) pour différentes valeurs de l'albedo ω de diffusion

Albedo de diffusion (diffusion isotrope)	Configurations	
	Config. 1 $L=0,1 \text{ m}$	Config. 2 $L=1,0 \text{ m}$
$\omega=0,0$	14,5305	26,6031
$\omega=0,5$	14,0450	24,8821
$\omega=0,7$	13,4965	23,7350
$\omega=0,9$	11,7187	21,4188

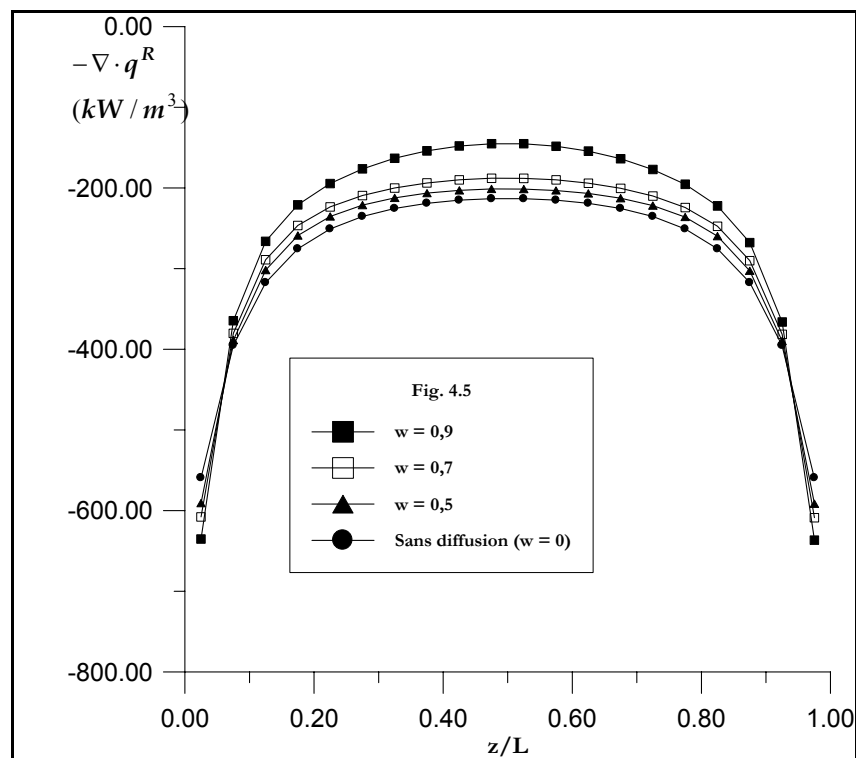


Figure 4.5 Effet de l'albedo de diffusion sur le terme source radiative ($L=0,1 \text{ m}$)

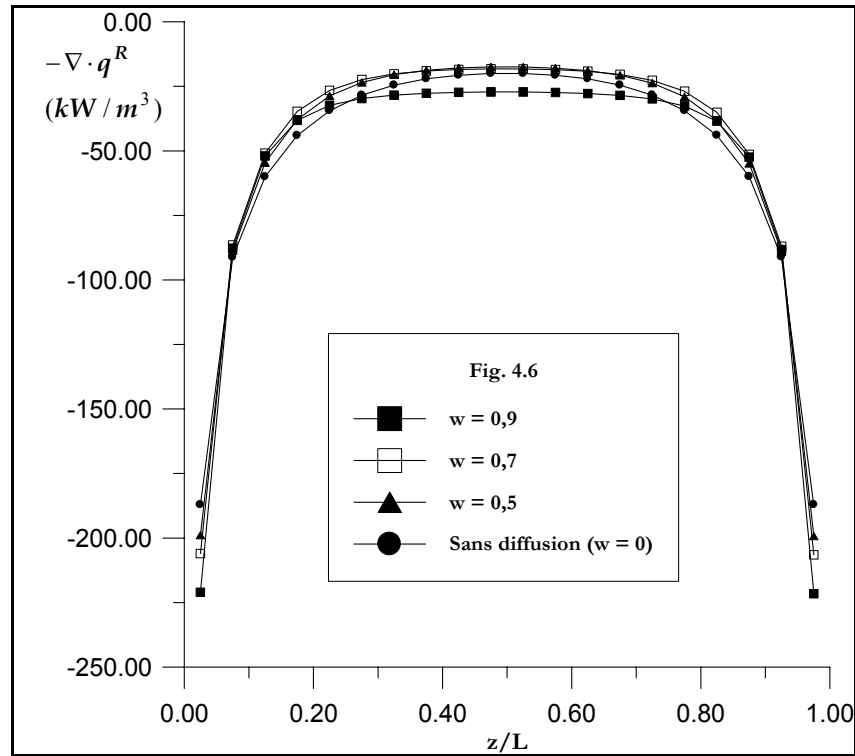


Figure 4.6 Effet de l'albedo de diffusion sur le terme source radiative ($L=1,0$ m)

Dans le Tableau 4.3 nous avons présenté les flux net radiatifs pour les quatre fonctions de phase. Les résultats montrent que la diffusion diminue également le flux net radiatif et qu'en se référant à la diffusion isotrope, on remarque que les fonctions F1 et F3 augmentent le transfert près des parois. Par contre, le transfert est diminué lors de l'utilisation de la fonction B2. Des remarques similaires peuvent être déduites des figures 4.5 et 4.6 et du Tableau 4.4, qui présente l'effet de l'albedo ω sur le flux transfert.

Dans la troisième configuration, on considère la même couche de vapeur d'eau pure d'épaisseur $L=1,0$ m et qui est placée entre deux plaques planes, parallèles, infinies, noires et froides. La vapeur d'eau est maintenue à la température $T=1000$ K mais sa concentration varie selon un profil parabolique le long de l'épaisseur L . Ce profil est donné par :

$$[\text{H}_2\text{O}] = 1 - 4 \times \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 \quad (4.15)$$

Pour ce problème, la prédiction du terme source radiative est rapporté sur la figure 4.7. Les résultats sont comparés avec ceux de Kim et al. (1991) et de Ludwig et al. (1973) obtenus par les modèles SNB et Raie-par-Raie (LBL), respectivement. La comparaison

montre que la divergence du flux radiatif est surestimée par le modèle WSGG. Cependant des valeurs acceptables du flux net sont obtenues (Tableau 4.1). Le modèle WSGG étant plus économique en temps de calcul ; il apparaît donc un compromis entre temps de calcul et précision. Toutefois, les résultats obtenus par le modèle WSGG présentent les mêmes tendances que celles des références. La figure 4.7 montre également que lorsque le milieu est gris, le terme source radiative présente une allure différente de celle obtenue pour le milieu non gris et que ce terme est presque uniforme.

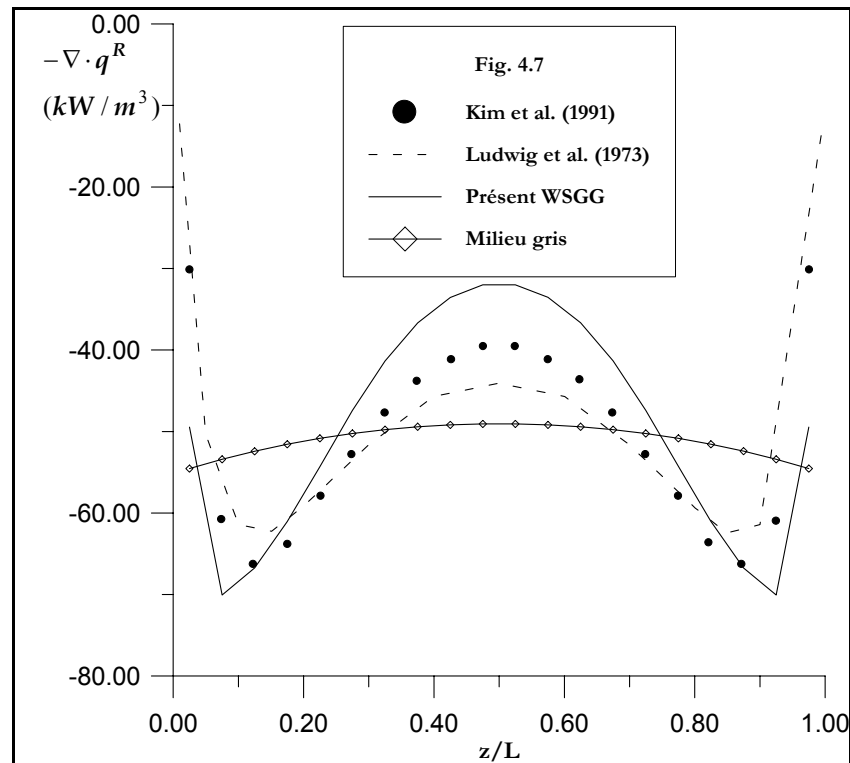


Figure 4.7 Terme source radiative pour un profil parabolique de $[H_2O]$ ($L=1,0$ m)

Dans la quatrième configuration, on considère un milieu constitué par de la vapeur d'eau placée entre deux plaques planes parallèles infinies distantes de $L=0,2$ m. Le profil de la température de la vapeur d'eau est celui d'une couche limite obtenu dans le cas de couplage entre le rayonnement et la convection (Lee et al., 1990). L'évolution de la température est représentée sur la figure 4.8. Dans cette configuration, la température varie de 1500K, près de la paroi chaude, à 300K, au voisinage de la paroi froide. Les parois chaude et froide sont respectivement à 1500K et 300K, et elles sont supposées noires. Dans cette situation, le gaz passe d'un émetteur, près de la paroi chaude, vers un absorbeur, loin de cette paroi. La vapeur d'eau est maintenue à la pression atmosphérique.

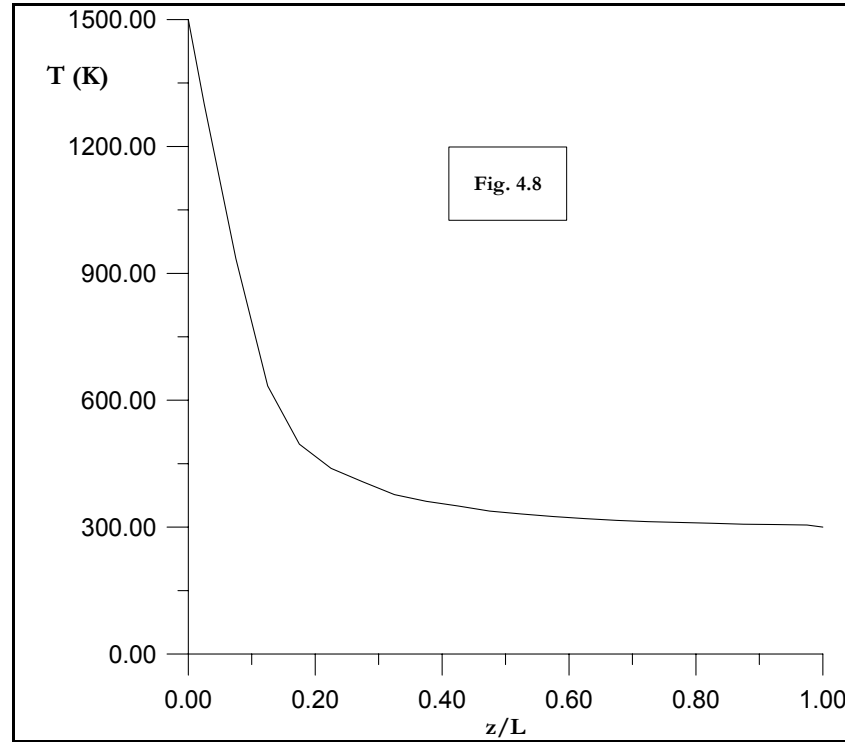


Figure 4.8 Profil de la température dans la couche limite

Sur la figure 4.9 nous avons représenté l'évolution du terme source radiative le long de la distance L . Cette figure montre que le terme source radiative présente un pic près de la paroi chaude, puis il diminue graduellement en se rapprochant de la paroi froide. Les résultats sont comparés avec ceux de Kim et al. (1991) obtenus par le modèle SNB. La comparaison montre que le pic est sous-estimé par le modèle WSGG et que les prédictions présentent un accord satisfaisant. Tandis que le flux net radiatif sur la paroi chaude est bien prédit par nos calculs comme l'indique le Tableau 4.5.

En adoptant l'hypothèse d'un milieu gris, dont les coefficients d'absorption sont calculés par l'équation (4.14), la figure 4.9 montre que le terme source radiative présente une allure différente du cas non gris. En effet, le terme source radiative prend des valeurs importantes, en valeur absolue, près de la paroi chaude et le pic n'est pas très significatif.

Sur la figure 4.9, nous avons représenté également l'évolution du terme source radiative dans le cas d'un mélange de la vapeur d'eau, de dioxyde de carbone et de d'azote. Pour deux compositions de mélange, $(20\%H_2O-10\%CO_2-70\%N_2)$ et $(10\%H_2O-10\%CO_2-70\%N_2)$, les résultats montrent que le terme source radiative pour la première composition (rencontrée dans les applications de combustion) est plus important que celui de la deuxième composition. Ceci est dû à la concentration de H_2O qui est plus élevée.

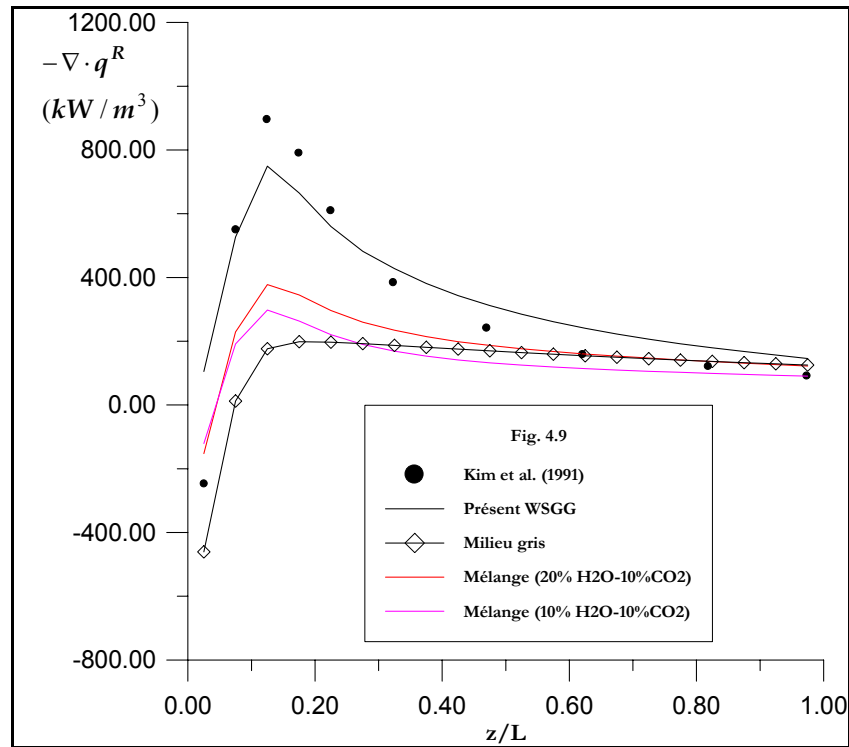


Figure 4.9 Terme source radiative pour le profil de température d'une couche limite (plaques noires ; $L=0,2$ m)

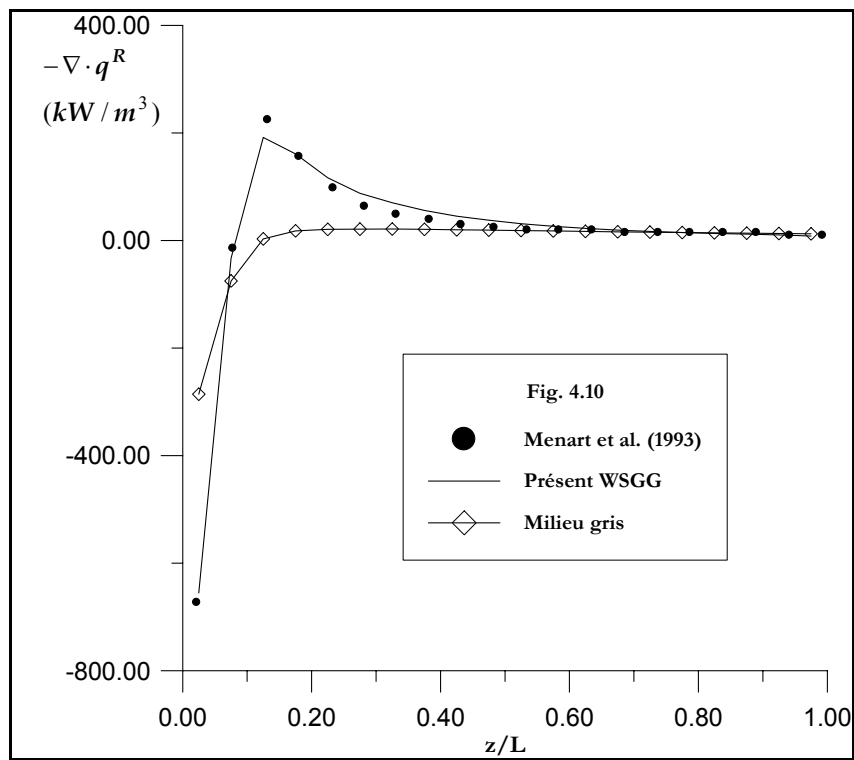


Figure 4.10 Terme source radiative pour le profil de température d'une couche limite (plaque chaude réfléchissante ($\epsilon_p=0,1$), plaque froide noire ; $L=0,5$ m)

Pour le même profil de température, on remplace la plaque chaude noire par une plaque réfléchissante ($\varepsilon=0,1$) à la même température et on déplace la plaque froide noire à une distance $L=0,5\text{m}$. Dans cette situation, le gaz passe d'un réflecteur, près de la paroi chaude, vers un absorbeur, loin de cette paroi. La prédiction du terme source radiative est rapportée sur la figure 4.10. Le résultat est confronté avec celui de Menart et al. (1993), obtenu par le modèle SNB. La comparaison montre un bon accord entre les deux résultats. Le flux net radiatif sur la paroi chaude (Tableau 4.5) est également en bon accord avec celui de la référence. Lorsque le milieu est supposé gris, le terme source radiative décroît rapidement vers zéro.

Tableau 4.5 : Flux net radiatif sur la paroi chaude (kW/m²)

Configurations	Kim et al. (1991)	Menart et al. (1993)	WSGG
Parois noires ($L=0,2\text{ m}$)	270		277,12
Paroi chaude réfléchissante et paroi froide noire ($L=0,5\text{ m}$)		27,1	27,01

4.3.2. Validation sur une configuration bidimensionnelle

Dans la cinquième configuration, on considère une géométrie cylindrique axisymétrique qui modélise un four cylindrique faisant 4m de long et 1m de rayon, siège d'une flamme de combustion. Les parois du cylindre (four) sont noires et elles sont à la température 300K. Le cylindre est rempli d'un mélange de gaz de combustion composé de 20% de H₂O, de 10% de CO₂ et de 70% de N₂. La pression totale est égale à 1atm. Le champ de température de la flamme de combustion est supposé axisymétrique et il est donné par (Liu, 1999)

$$T(z, r) = (T_c(z) - T_s)f(r/R) + T_s \quad (4.16)$$

Dans cette expression, $T_c(z)$ représente la température le long de l'axe du cylindre qui est donnée par la figure 4.11. T_s représente la température à la sortie du cylindre ($z=4\text{m}$) et elle vaut 800K. La variation de la température le long du rayon r est décrite par la fonction

$$f(r/R) = 1 - 3(r/R)^2 + 2(r/R)^3 \quad (4.17)$$

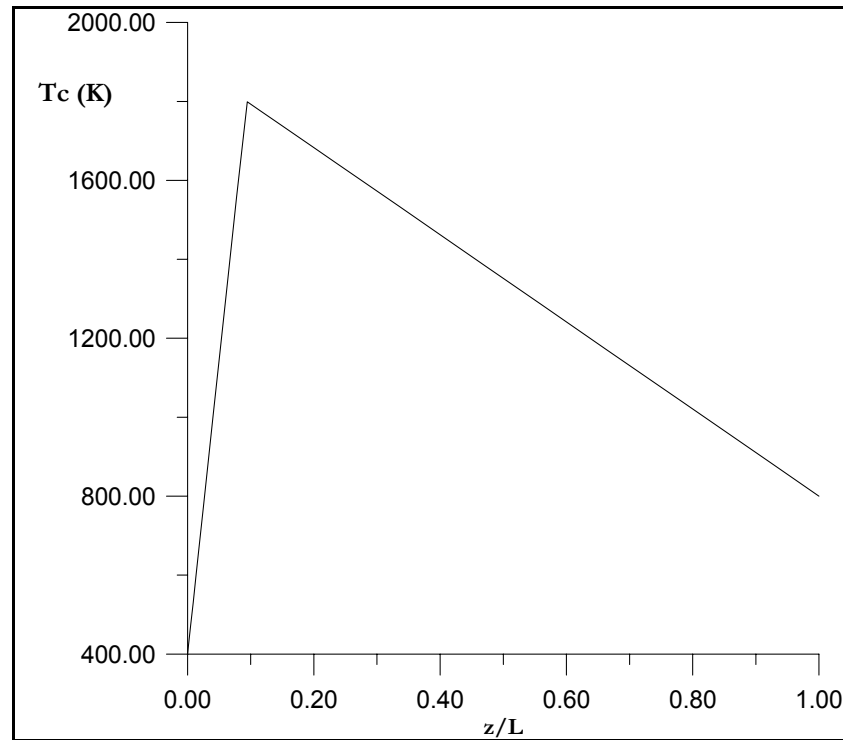


Figure 4.11 Evolution axiale de la température sur l'axe du cylindre

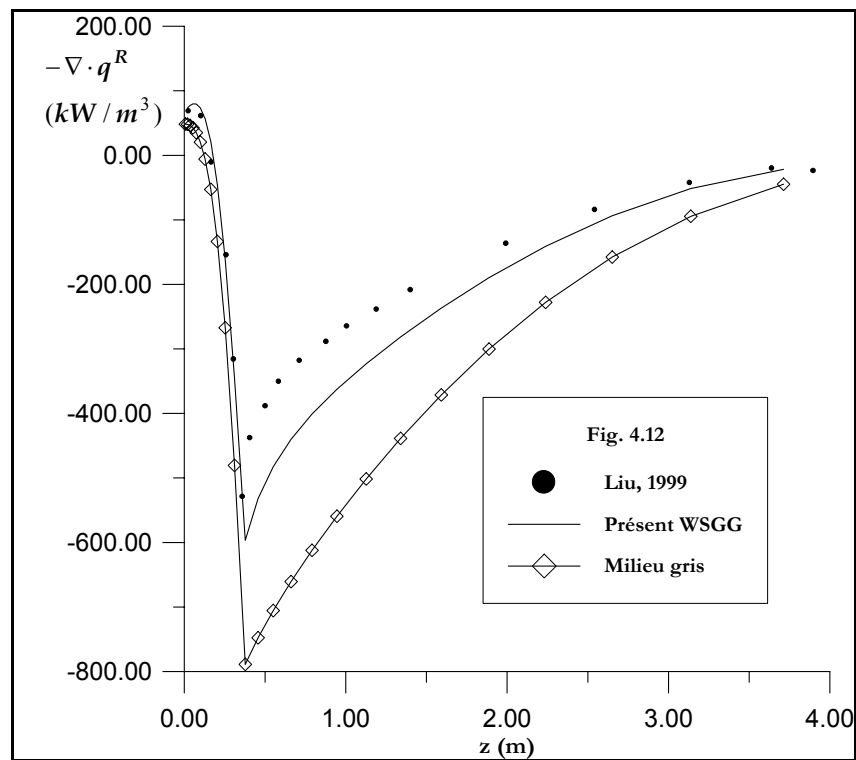


Figure 4.12 Evolution du terme source radiative sur l'axe du cylindre

Sur la figure 4.12 nous avons rapporté l'évolution axiale du terme source radiative sur l'axe du cylindre pour un maillage géométrique $(N_z \times N_r) = (25 \times 15)$ et un maillage angulaire $(N_\theta \times N_\psi) = (8 \times 12)$. Le résultat est comparé à celui de Liu (1999), obtenu par le modèle SNB. La comparaison montre un bon accord à l'entrée du cylindre ($0 \leq z \leq 0,375\text{m}$). La figure montre également que la valeur minimale du terme source radiative est surestimée par le modèle WSGG. Au-delà de $z=0,375\text{m}$ ($0,375\text{m} \leq z \leq 4\text{m}$), nos prédictions présentent la même tendance que celle de la référence. Sur la figure 4.12 nous avons représenté également le résultat dans le cas d'un milieu gris. L'observation de ces résultats montre que l'hypothèse du milieu gris donne des valeurs plus élevées (en valeur absolue) du terme source radiative que celles du cas non gris.

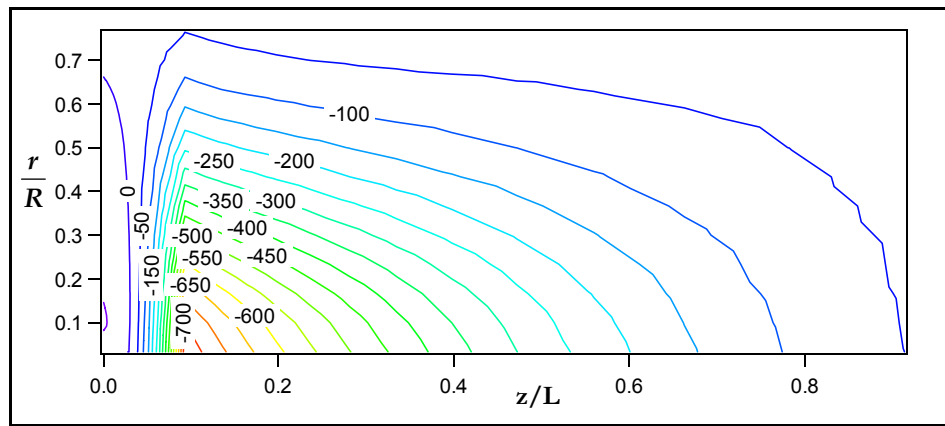


Figure 4.13 Distribution du terme source radiative dans le cylindre (cas gris)

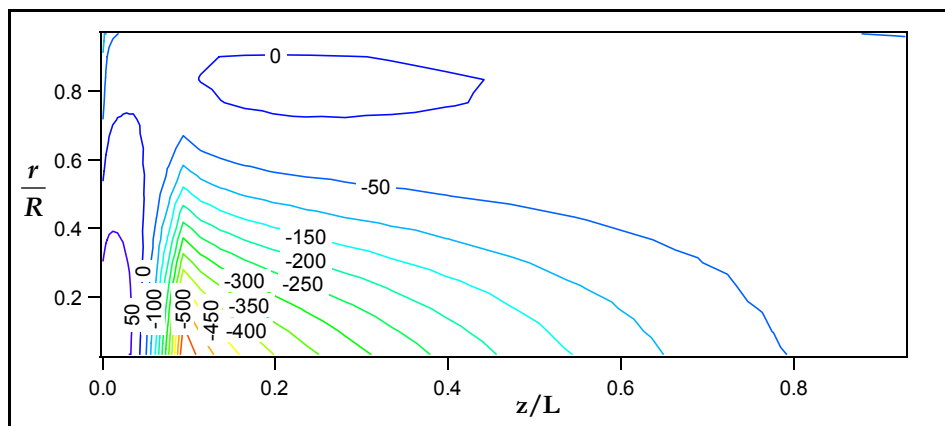


Figure 4.14 Distribution du terme source radiative dans le cylindre (cas non gris)

Les distributions bidimensionnelles du terme source radiative dans les deux cas, gris et non gris, sont représentées respectivement sur les figures 4.13 et 4.14. Ces figures montrent que le terme source radiative présente plus d'homogénéité dans le cylindre pour le cas gris.

Sur la figure 4.15 nous avons rapporté l'évolution axiale du flux net radiatif sur la paroi latérale du cylindre. La comparaison de nos prédictions avec celles de Liu (1999) montre un bon accord. La figure montre également que le flux est beaucoup plus élevé dans le cas où le milieu est gris.

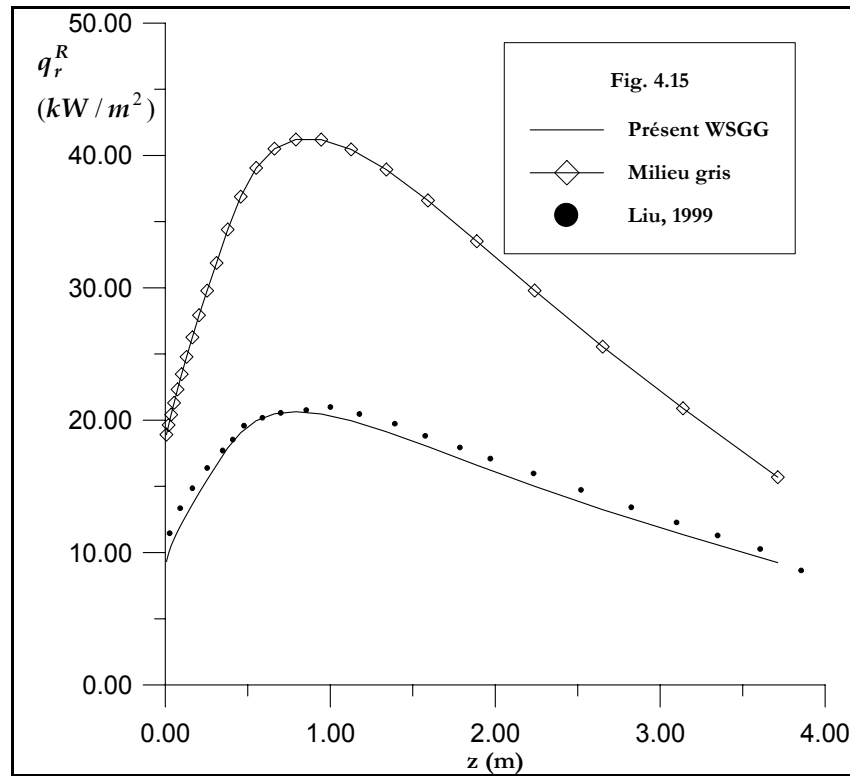


Figure 4.15 Evolution axiale du flux net radiatif sur la paroi latérale du cylindre

4.4 Application du modèle WSGG au Prototype d'un Brûleur d'une Turbine à Gaz (PBTG)

Dans ce paragraphe nous appliquons le modèle WSGG au prototype d'un brûleur d'une turbine à gaz, décrit dans le chapitre 2. L'étude consiste à calculer le flux radiatif incident sur les parois latérales du brûleur lorsque le milieu est non gris. Le prototype contient un mélange de H_2O et de CO_2 . Les mesures expérimentales de la concentration de chaque espèce sont rapportées par Kayakol (1998) et reproduits dans l'annexe **A1**. L'analyse des profils de ces concentrations montre que le rapport entre les fractions du H_2O et de CO_2 est proche de 2. Par conséquent, nous utilisons les facteurs de pondération de Smith et al. (1982) qui correspondent au rapport de pressions partielles $P_{\text{H}_2\text{O}}/P_{\text{CO}_2} = 2$. Nous appliquons également le modèle WSGG en se basant sur les facteurs de pondération

fournis par Truelove (1976) qui sont obtenus pour un mélange (20% H_2O -10% CO_2 -70% N_2) en absence de suie. Dans cette application nous utilisons deux maillages angulaires ($N_\theta \times N_\psi$)=(6×8) et ($N_\theta \times N_\psi$)=(8×10).

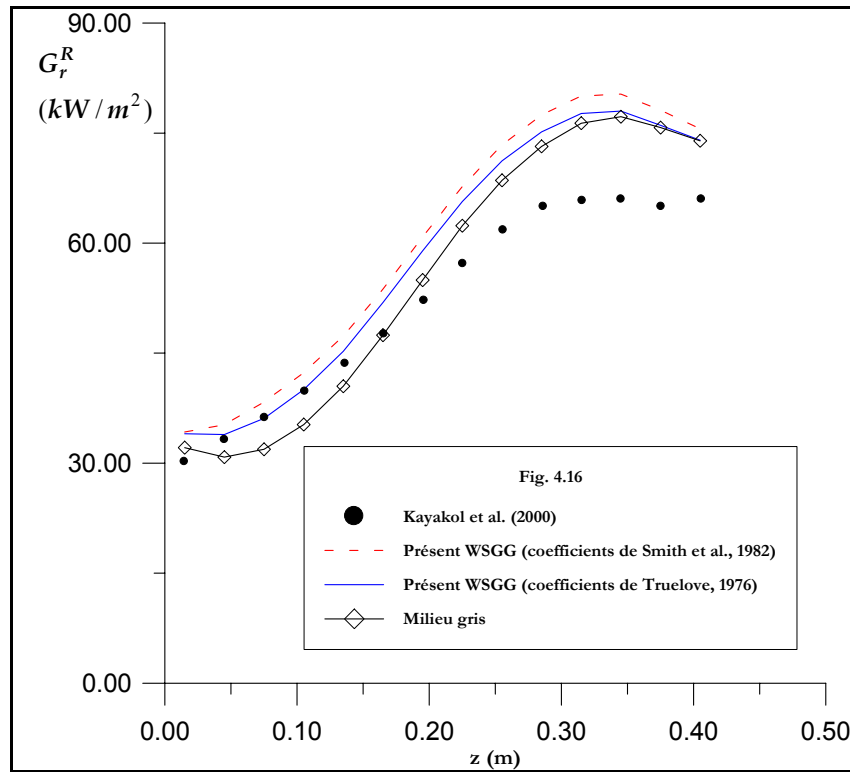


Figure 4.16 Evolution axiale du flux radiatif incident sur la paroi latérale du prototype $\{(N_\theta \times N_\psi) = (6 \times 8)\}$

Les prédictions du flux incident sur les parois latérales du brûleur sont rapportées sur les figures 4.16 et 4.17. L'analyse de ces deux figures montre que les facteurs de pondération de Smith et al. (1982) donnent un résultat légèrement plus grand que celui basé sur les coefficients de pondération de Truelove (1976). Sur les deux figures, nous avons également rapporté le résultat dans le cas d'un milieu gris. La comparaison des prédictions avec les mesures expérimentales montre une nette amélioration des résultats à l'entrée du brûleur par comparaison au résultat obtenu pour un milieu gris. L'observation des deux figures montre également que l'utilisation du maillage angulaire ($N_\theta \times N_\psi$)=(8×10) donne des prédictions qui présentent un accord plus satisfaisant que celles obtenues par le maillage ($N_\theta \times N_\psi$)=(6×8).

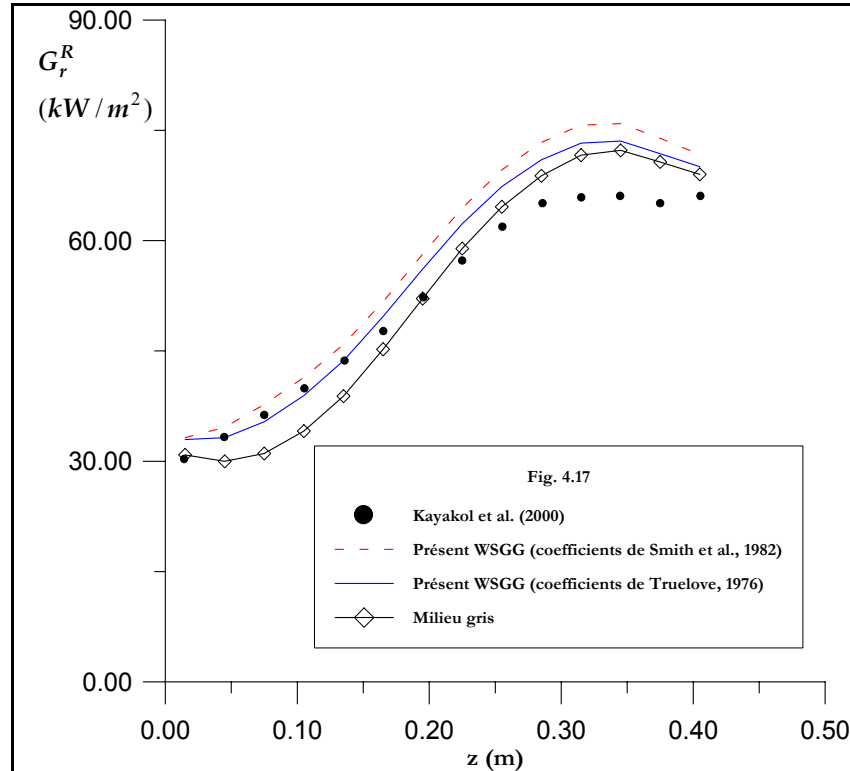


Figure 4.17 Evolution axiale du flux radiatif incident sur la paroi latérale du prototype $\{(N_\theta \times N_\psi) = (8 \times 10)\}$

4.5 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre nous avons couplé le modèle de la Somme Pondérée de Gaz Gris (WSGG) avec la Méthode des Volumes Finis pour résoudre l'équation de transfert radiatif dans un milieu non gris. Le modèle WSGG a été choisi parce qu'il est simple et économique, d'une part, et parce qu'il est basé sur les coefficients d'absorptions et d'extinction utilisés dans l'équation de transfert radiatif, d'autre part. Le modèle WSGG est utilisé avec quatre gaz gris. Les résultats obtenus pour cinq cas de validation ont montré que ce modèle présente une précision acceptable. Dans ces validations, nous avons analysé le comportement non gris du milieu lorsque nous avons comparé les flux radiatifs et les termes sources radiatives obtenus avec ceux calculés lorsque le milieu est gris. Dans ce chapitre nous avons présenté également l'effet de la fonction de phase et de l'albédo de diffusion lorsque le milieu est diffusant. Ce chapitre est clos par l'application du modèle WSGG à un prototype d'un brûleur d'une turbine à gaz. Les prédictions du flux radiatif incident sur la paroi latérale du brûleur montrent que les résultats présentent un bon accord avec les mesures expérimentales, particulièrement à l'entrée du prototype.

Chapitre 5

Application : Prédiction Numérique du Transfert Radiatif Dans un Four Chauffé par la Combustion du Charbon Pulvérisé

Chapitre 5

APPLICATION : PREDICTION NUMERIQUE DU TRANSFERT RADIATIF DANS UN FOUR CHAUFFÉ PAR LA COMBUSTION DU CHARBON PULVÉRISÉ

5.1 Introduction

Les jets turbulents chargés de particules solides réactives sont couramment rencontrés dans les applications telle que la combustion du charbon pulvérisé. La combustion du charbon pulvérisé est utilisée dans de nombreux systèmes pratiques aussi bien pour chauffer (chaudières et fours) que pour produire l'électricité (centrales thermiques). Dans ce travail, nous considérons un four de laboratoire, siège de la combustion de charbon en jet pulvérisé. Ce four a été étudié expérimentalement par plusieurs chercheurs (Eatough, 1991 ; Butler, 1992 ; Shirolkar et Queiroz, 1993 ; Queiroz et Webb, 1996). En utilisant les mesures expérimentales de températures et des concentrations des particules dans le four réalisées par Queiroz et Webb (1996), nous étudierons numériquement, à l'aide de la Méthode des Volumes Finis, le transfert radiatif dans ce four.

Nous supposons, dans cette étude, que le gaz est non gris, et nous utiliserons le modèle WSGG (Weighted Sum of Gray Gases) pour quantifier la participation du gaz dans le transfert radiatif. Nous supposons également que les particules sont grises et sphériques, et nous considérons trois classes de diamètres de particules. L'étude du transfert radiatif, dans notre travail, consiste alors à calculer le flux radiatif sur les parois latérales du four ainsi que la distribution des sources radiatives à l'intérieur.

5.2 Description du four

Le four, désigné sous « Controlled Profile Reactor (CPR) », est siège de la combustion de charbon en jet pulvérisé descendant, et il est de puissance 300kW. La chambre de combustion est axisymétrique et elle fait 80cm de diamètre et 240cm de longueur. Le réacteur possède 6 ouvertures (fenêtres) qui constituent l'accès des sondes pour mesurer les températures et les concentrations à différentes positions axiales et radiales. Le débit du charbon peut varier de 1 jusqu'à 25 kg/h. le débit de l'air est ajusté pour maintenir un régime stationnaire de l'écoulement. Avant d'introduire les particules de charbon, le réacteur est préalablement chauffé avec du gaz naturel jusqu'à arriver à des températures des parois voisines de 1300K. Ce préchauffage du four assure l'entretien de la combustion des particules de charbon. Les parois latérales du four sont grises et leur émissivité est $\epsilon_w=0,8$. Une description détaillée des conditions expérimentale est donnée par Queiroz et Webb (1996), Eatough (1991) et Butler (1992).

5.3 Données expérimentales

5.3.1. Températures sur les parois latérales

Le système d'acquisition des températures des parois, est constitué de 116 thermocouples qui sont placés dans le revêtement en céramique des parois. Queiroz et Webb (1996) ont considéré que la température moyenne de la paroi latérale varie linéairement de 1300K en haut du réacteur vers 1100K près de la sortie.

5.3.2. Températures des gaz

Les températures des gaz à l'intérieur de la chambre de combustion sont mesurées à l'aide d'un pyromètre. Les mesures expérimentales des températures (Annexe **A2**) sont relevées à différentes positions radiales (8 positions), pour différentes positions axiales (à 7 sections). À partir de ces données expérimentales, et à l'aide d'une interpolation, nous avons déduit le champ de température dans le réacteur en chaque nœud. Le maillage géométrique utilisé est $(N_z \times N_r) = (19 \times 8)$. Ce champ est donné par le Tableau 5.1. D'après leurs mesures, Queiroz et Webb (1996) ont estimé la zone de réaction (zone de flamme) être dans l'espace géométrique $\{0 \leq z \leq 0,3 \text{ m} ; 0 \leq r \leq 0,15 \text{ m}\}$. Dans cette zone, la

température du gaz est mesurée avec une incertitude $\Delta T/T = \pm 2,5\%$. À l'extérieur de la zone de flamme, l'incertitude est estimée par $\Delta T = \pm 9K$

5.3.3. Températures des particules solides

La température des particules est mesurée à l'aide d'un deuxième pyromètre. Les mesures expérimentales (Annexe A3) sont relevées à différentes positions radiales, sur un rayon de 20 cm, et pour différentes positions axiales (à 7 sections). Dans l'espace annulaire $\{20 \text{ cm} \leq r \leq 40 \text{ cm}\}$ Queiroz et Webb (1996) n'ont pas présenté des mesures de températures pour les particules. Nous supposons alors que les températures des particules sont égales à celles du gaz dans cet espace. Comme pour le champ de températures du gaz, la distribution des températures des particules solides est déduite, en chaque nœud du maillage, par interpolation à partir des données expérimentales. Cette distribution est donnée par le Tableau 5.2. Queiroz et Webb (1996) ont mesuré également les fluctuations des températures des particules solides. Ces fluctuations sont données dans l'annexe A4.

5.3.4. Densité de particules

Pour décrire la dispersion des particules dans le réacteur, Queiroz et Webb (1996) ont mesuré la densité cumulée de particules. Dans leur travail, ils ont présenté cette densité cumulée pour trois classes de particules ($d_p = 20\mu\text{m}$; $d_p = 10\mu\text{m}$ et $d_p = 1\mu\text{m}$). Ils ont présenté l'évolution radiale de ces densités cumulées seulement pour deux positions axiales (Annexe A5). En se basant sur ces mesures, nous avons considéré trois types de particules dans le milieu, qui modélisent le charbon brut (coal), les particules de charbon actif (char) et les particules de cendres (fly-ash). Toutes ces particules sont supposées sphériques et elles sont caractérisées par leurs tailles. En se référant aux données expérimentales de l'annexe A5, nous avons utilisé dans ce travail la distribution des particules représentée par les Tableaux A6-1, A6-2, et A6-3 de l'annexe A6.

Les propriétés radiatives des particules sont calculées à partir des relations suivantes (Modest, 2003 ; Chui et al., 1993)

$$\kappa_p = \pi d_p^2 N_p Q_{abs} / 4 \quad (5.1)$$

$$\sigma_s = \pi d_p^2 N_p Q_{sca} / 4 \quad (5.2)$$

Dans ces deux relations, κ_p et σ_s représentent respectivement le coefficient d'absorption et le coefficient de diffusion des particules. Q_{abs} et Q_{sca} sont les facteurs d'efficacité d'absorption et de diffusion, respectivement. Ce sont des propriétés adimensionnelles des particules et elles sont définies respectivement par :

$$Q_{abs} = \frac{C_{abs}}{\pi a^2} \quad (5.3)$$

$$Q_{sca} = \frac{C_{sca}}{\pi a^2} \quad (5.4)$$

où C_{abs} et C_{sca} représentent les sections efficaces d'absorption et de diffusion respectifs, et où a représente le diamètre de la particule.

Dans leur travail, Marakis et al. (2000) ont montré que pour des particules de charbon brut de diamètre moyen initial $20\mu\text{m}$, les diamètres les plus probables des particules de charbon actif et des cendres sont respectivement égaux à $16\mu\text{m}$ et $7,4\mu\text{m}$. Dans notre travail, on s'intéresse à deux distributions de tailles de particules : $\{d_{ch}=20\mu\text{m} ; d_{ch_a}=10\mu\text{m} ; d_c=1\mu\text{m}\}$ et $\{d_{ch}=20\mu\text{m} ; d_{ch_a}=16\mu\text{m} ; d_c=7,4\mu\text{m}\}$. Les diamètres des particules de la première distribution sont inspirés des mesures de Queiroz et Webb (1996), quant à ceux de la deuxième distribution sont inspirés du travail de Marakis et al. (2000).

En considérant le champ de températures mesurées par Queiroz et Webb (1996), on peut estimer que le maximum d'énergie radiative émise par les particules se trouve dans l'intervalle de longueurs d'ondes $[2\mu\text{m}, 3\mu\text{m}]$. Pour les différents diamètres, le calcul du paramètre de taille des particules ($x=\pi d/\lambda$) donne des valeurs qui se trouvent dans l'intervalle $[7,85 ; 31,4]$. Par conséquent, si les particules sont supposées des sphères diffuses, de taille uniforme et d'émissivité ε_p , les facteurs d'efficacité d'absorption et de diffusion des particules peuvent s'écrire sous la forme simplifiée suivante (Modest, 2003) :

$$Q_{abs} = \varepsilon_p \quad (5.5)$$

$$Q_{sca} = 1 - \varepsilon_p \quad (5.6)$$

Dans ce travail, les émissivités des particules de charbon brut et de charbon actif sont supposées être égales ; $\varepsilon_{ch}=\varepsilon_{ch_a}=0,8$. L'émissivité des particules de cendre est difficile à évaluer ; elle est estimée à $\varepsilon_c=0,4$. Dans cette application, nous supposons que le gaz

contribue au transfert radiatif seulement par émission et par absorption et que la diffusion est due uniquement aux particules (cf. §3.1). Nous supposons également que la diffusion du rayonnement est isotrope ($\Phi=1$).

5.4 Résultats et discussions

Dans cette section, nous présentons les prédictions du flux radiatif incident sur la paroi latérale du réacteur, et la distribution du terme source radiative à l'intérieur. Dans un premier temps, et pour mettre en évidence l'importance de la phase solide dans les transferts, nous nous intéressons au problème en absence de particules solides. Nous abordons ensuite, le cas d'un jet chargé et nous considérons deux distributions de tailles de particules dans le réacteur : $\{d_{ch}=20\mu m; d_{ch,a}=10\mu m; d_c=5\mu m\}$ et $\{d_{ch}=20\mu m; d_{ch,a}=16\mu m; d_c=7,4\mu m\}$. La première distribution est basée sur les mesures de la densité cumulée du nombre de particules réalisées par Queiroz et Webb (1996). Quant à la seconde, elle est déduite des résultats présentés par Marakis et al. (2000). Pour ces deux cas, nous avons considéré la même distribution de la densité de particules pour les deux configurations.

En utilisant la Méthode des Volumes Finis avec un maillage angulaire $(N_\theta \times N_\psi) = (8 \times 12)$, nous présenterons alors les prédictions du flux radiatif incident sur la paroi latérale et du terme source radiative $(-\nabla \cdot q^R)$ dans la chambre de combustion. Enfin, nous analyserons l'effet des fluctuations des mesures sur le flux radiatif et sur le terme source.

5.4.1 Etude du cas non particulaire

Pour cette configuration, nous avons utilisé le champ de températures du gaz donné par le Tableau 5.1. Le comportement non gris du milieu est analysé à l'aide du modèle WSGG. Le choix de ce modèle est justifié par sa rapidité et son économie dans le temps de calcul. Sa précision a été discutée dans le chapitre précédent (Chapitre 4). Dans ce modèle, les facteurs de pondération sont fournis pour le dioxyde de carbone (CO_2) et pour la vapeur d'eau (H_2O) purs ou mélangés avec l'azote (N_2). Un tel mélange constitue généralement la majorité des produits de combustion des gaz. Dans leur travail, Queiroz et Webb (1996) n'ont pas présenté des mesures expérimentales relatives aux concentrations

de CO_2 . D'autant plus, pour les applications de la combustion du charbon pulvérisé, la concentration de la vapeur d'eau dans le four est très faible, et le rayonnement de la phase gaz est majoritairement dû au dioxyde de carbone. De ce fait, nous supposons, dans ce travail, que le gaz correspond au mélange : $\{10\%\text{CO}_2 ; 90\%\text{N}_2\}$ et nous utilisons les facteurs de pondération de Smith et al. (1982) dans le modèle WSGG. La figure 5.1 représente l'évolution axiale du flux radiatif incident sur la paroi latérale du réacteur. Les prédictions sont comparées aux mesures expérimentales fournies par Queiroz et Webb (1996).

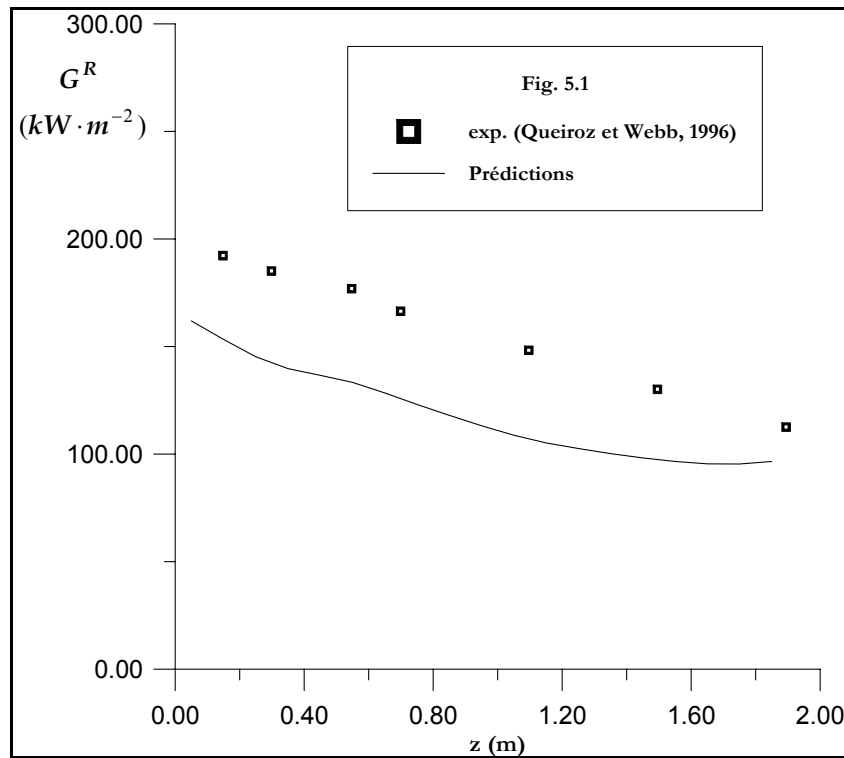


Figure 5.1 Evolution axiale du flux radiatif incident sur la paroi latérale du réacteur (milieu sans particules)

La comparaison montre que les prédictions sous-estiment les mesures expérimentales ; ceci est principalement dû à l'absence des particules dans le réacteur pour cette configuration et à la limitation du modèle WSGG. Toutefois, et malgré les hypothèses prises sur la composition de la phase gaz, les prédictions numériques présentent la même allure que celle des mesures expérimentales.

5.4.2. Etude du cas particulière

Pour cette configuration, nous supposons que le milieu est chargé de particules solides réactives. Les champs de température du gaz et des particules sont donnés dans les Tableaux 5.1 et 5.2. Dans cette application, nous utilisons trois types de particules caractérisées par trois tailles différentes et qui modélisent le charbon brut (coal), le charbon actif (char) et les cendres (fly-ash). Leurs émissivités sont estimées respectivement par $\varepsilon_{ch}=0,8$, $\varepsilon_{ch_a}=0,8$ et $\varepsilon_c=0,4$. Pour analyser l'effet des particules sur le transfert radiatif dans le réacteur, nous présentons une étude paramétrique sur la taille des particules en gardant les mêmes concentrations des particules dans le réacteur (Annexe A6). Pour cet effet, nous présentons, sur la figure 5.2, l'évolution axiale du flux radiatif incident sur la paroi latérale du réacteur pour différentes classes de particules, données dans le Tableau 5.3.

L'observation des prédictions obtenues avec les deux premiers groupes de particules montre un accord satisfaisant avec les mesures expérimentales. Pour les deux autres groupes de particules, le calcul du flux radiatif obtenu surestime les valeurs expérimentales dans la partie supérieure du réacteur, mais à la sortie les prédictions présentent un bon accord avec les données expérimentales.

Tableau 5.3 : Classes des particules utilisées dans l'étude paramétrique

Classes des particules	d_{ch} (μm)	d_{ch_a} (μm)	d_c (μm)
Classe 1	20	10	5
Classe 2	20	16	5
Classe 3	20	10	7,4
Classe 4	20	16	7,4

La comparaison des prédictions obtenues avec les différentes distributions de particules montre que la taille des particules de cendre a un effet important sur les résultats, contrairement aux particules de charbon actif. Ceci est dû à la concentration très élevée des particules de cendre dans le milieu. Par conséquent, il est important de connaître les tailles des particules qui ont des concentrations élevées, comme les particules de cendre dans ce cas.

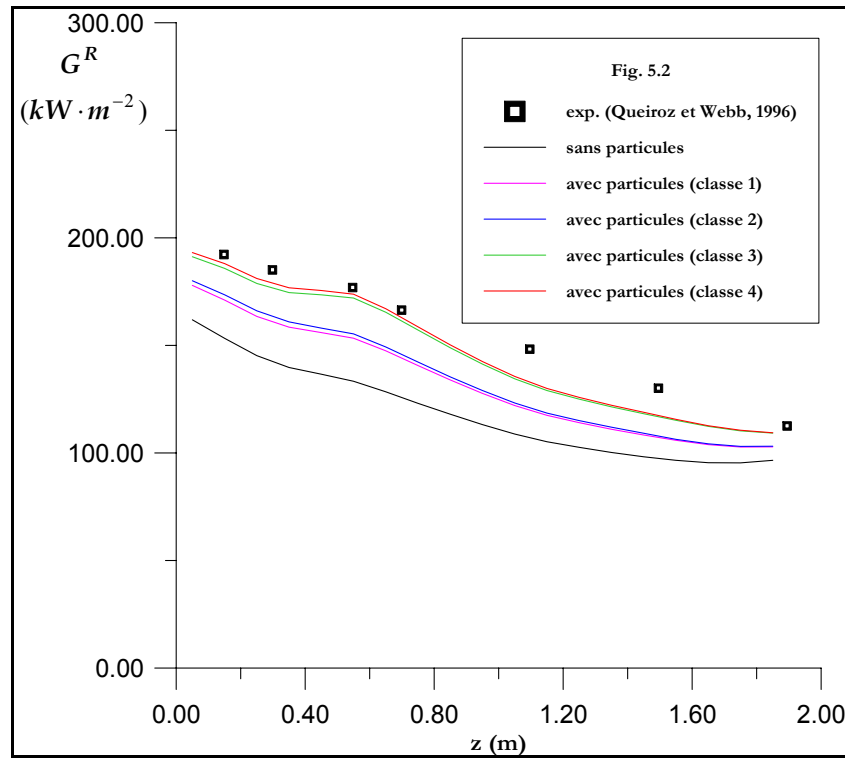


Figure 5.2 Evolution axiale du flux radiatif incident sur la paroi latérale du réacteur

La figure 5.2 montre également l'importance de la contribution des particules solides dans le transfert lorsque les résultats sont comparés avec ceux obtenus dans l'absence des particules. Cette importance se manifeste par l'écart observé entre les résultats obtenus dans les deux configurations et par le rapprochement des prédictions numériques vers les mesures expérimentales lorsque les particules sont présentes dans le milieu.

La contribution des particules est également importante dans le terme source radiative. En effet, les figures 5.3a-c montrent que les particules accroissent le terme source radiative, par comparaison avec la distribution obtenue dans le cas non particulaire. Ainsi, lors du couplage du transfert radiatif avec les calculs CFD, l'effet des particules pourra se répercuter sur la distribution de températures dans le réacteur et, en conséquence, sur les distributions du flux de chaleur et des espèces dans le milieu.

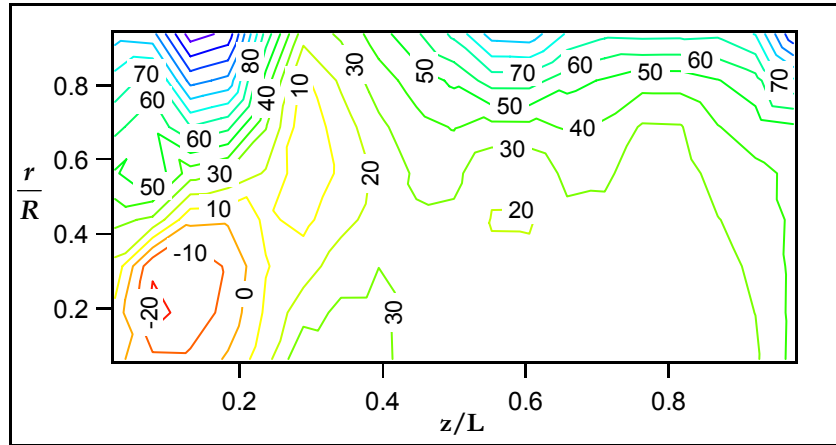


Figure 5.3a Terme source radiative ($\text{kW}\cdot\text{m}^{-3}$)
(milieu sans particules)

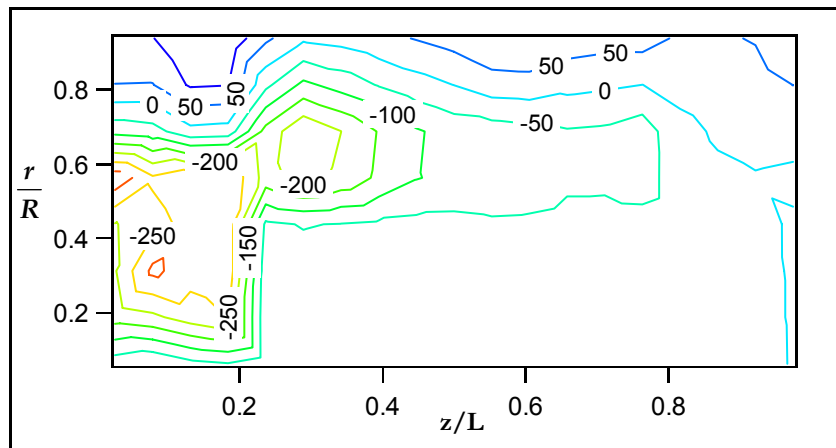


Figure 5.3b Terme source radiative ($\text{kW}\cdot\text{m}^{-3}$)
(milieu avec particules $\{d_{\text{ch}}=20\mu\text{m}; d_{\text{ch}_a}=16\mu\text{m}; d_c=5\mu\text{m}\}$)

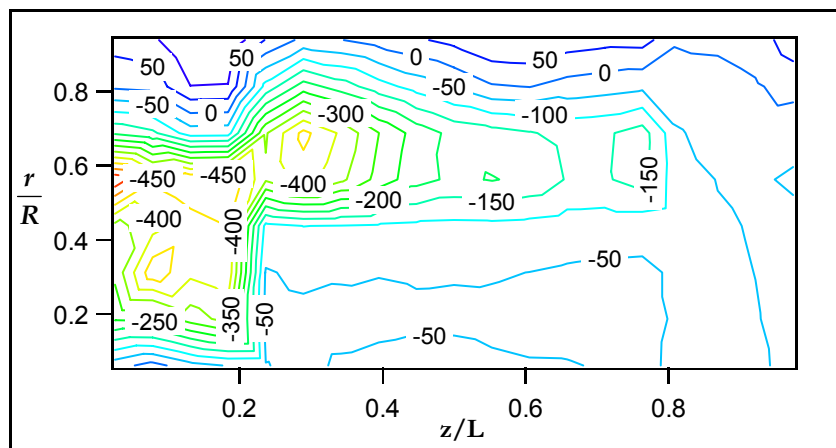


Figure 5.3c Terme source radiative ($\text{kW}\cdot\text{m}^{-3}$)
(milieu avec particules $\{d_{\text{ch}}=20\mu\text{m}; d_{\text{ch}_a}=16\mu\text{m}; d_c=7,4\mu\text{m}\}$)

5.4.3. Effet des fluctuations des températures

Pour illustrer cet effet, nous étudions le cas limite pour lequel nous avons le maximum de fluctuations sur les températures du gaz et des particules pour le groupe de particules $\{d_{ch}=20\mu m ; d_{ch_a}=16\mu m ; d_c=7,4\mu m\}$. Ces fluctuations peuvent être dues aux incertitudes sur les mesures, mais elles peuvent être également le résultat de la turbulence dans le réacteur qui est très forte dans ces types d'applications.

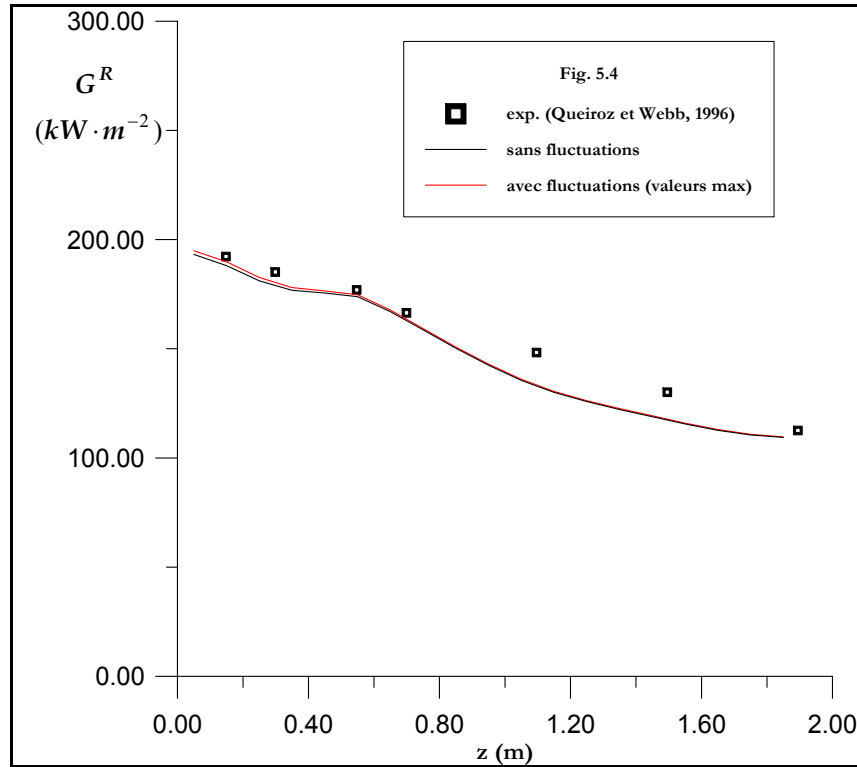
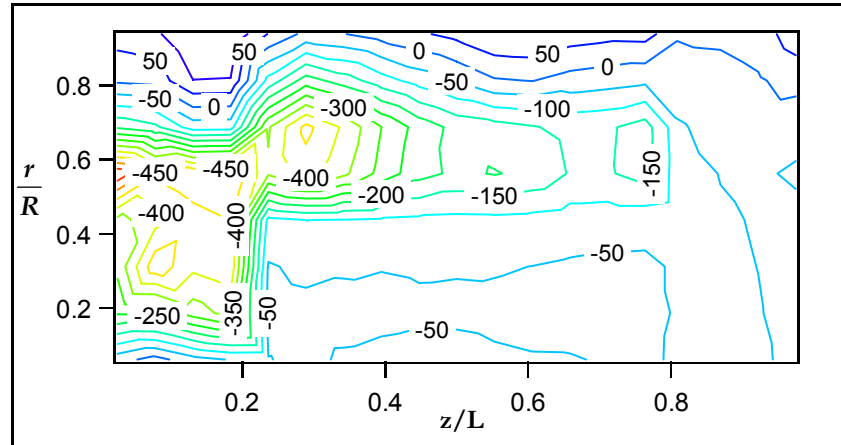
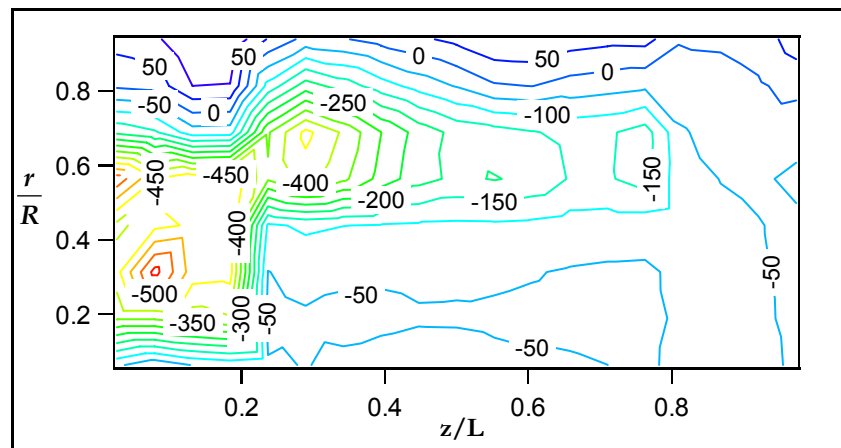


Figure 5.4 Effet des fluctuations des températures sur le flux radiatif

Sur la figure 5.4, nous avons représenté l'évolution axiale du flux radiatif incident sur les parois latérales du réacteur pour les deux configurations, sans et avec fluctuations. Cette figure montre que les fluctuations de températures ont un faible effet sur le flux radiatif aux parois latérales. En effet, d'après cette figure, on observe l'existence d'un écart maximal de $1,66 \text{ kW}\cdot\text{m}^{-2}$ entre les deux cas, et que cet écart se produit en haut du réacteur. Cependant, les fluctuations des températures affectent beaucoup le terme source radiative. En effet, l'observation des figures 5.5a et 5.5b montre que le terme source radiative prend des valeurs élevées lorsque les fluctuations sont maximales. Ces valeurs élevées sont observées particulièrement dans la zone de flamme où les températures et les fluctuations sont maximales.

Figure 5.5a Terme source radiative ($\text{kW}\cdot\text{m}^{-3}$) en absence de fluctuationsFigure 5.5b Terme source radiative ($\text{kW}\cdot\text{m}^{-3}$) en présence de fluctuations (valeurs max)

Cet effet est plus prononcé sur la figure 5.6 qui représente l'évolution axiale du terme source radiative le long de l'axe du réacteur. L'introduction de ces fluctuations dans le calcul du transfert radiatif pourra modifier la distribution de la température dans le réacteur lors du couplage avec les calculs CFD. Et par suite, le flux radiatif et la distribution du terme source radiative dans le réacteur seront modifiées à leur tour. Ce couplage et ses effets mettront en évidence l'effet de la turbulence sur le transfert radiatif, dont l'étude commence à attirer l'intérêt de plusieurs travaux de recherche (Coelho et al., 2003 ; Li et Modest, 2002 ; Li et Modest, 2003).

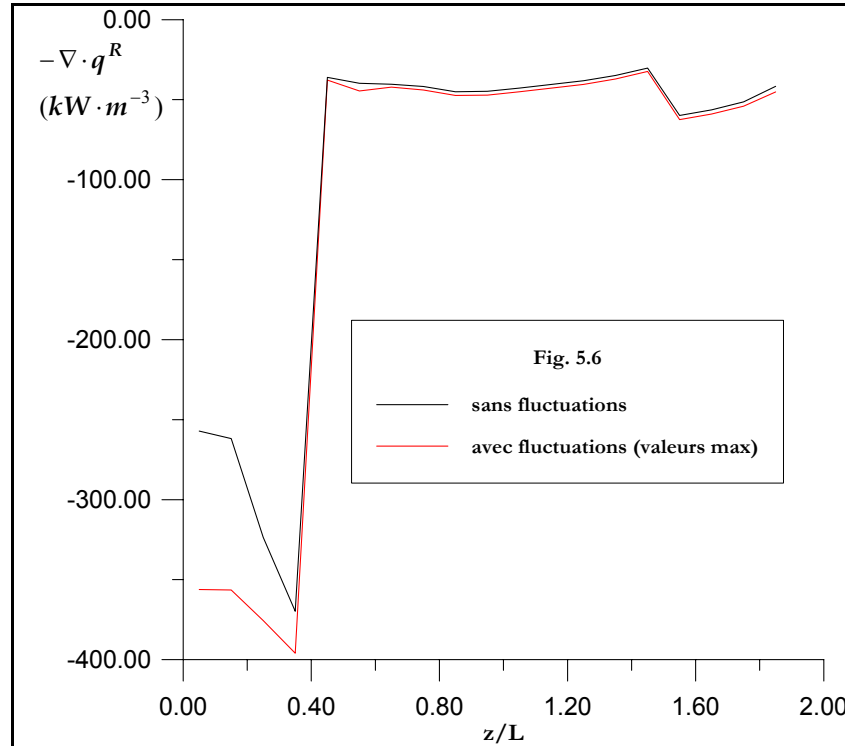


Figure 5.6 Terme source radiative sur l'axe du réacteur

5.5 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons étudié le transfert radiatif dans un réacteur cylindrique siège de la combustion de particules de charbon en jet pulvérisé. Dans notre étude, nous avons utilisé notre code numérique basé sur la méthode des volumes finis dans une configuration générale de combustion qui correspond à un milieu participant (absorbant et diffusant), chargé de particules solides et qui est à température non homogène. Nous avons alors présenté les prédictions du flux radiatif incident sur la paroi latérale du réacteur, ainsi que la distribution du terme source radiative à l'intérieur de la chambre de combustion. Les résultats obtenus montrent que les particules solides jouent un rôle important dans le transfert, particulièrement lors de la détermination du terme source radiative, qui est un terme très important dans le couplage du transfert radiatif avec l'équation de l'énergie. Les résultats montrent également que les fluctuations des températures présentent un effet important sur la distribution du terme source radiative, ce qui traduit la nécessité du couplage entre le transfert radiatif et la turbulence lorsqu'il s'agit des calculs des écoulements réactifs turbulents.

Conclusion Générale

Conclusion Générale et Perspectives

Ce travail consiste à analyser le transfert d'énergie radiative dans un milieu semi transparent pouvant absorber, émettre et diffuser le rayonnement thermique. L'objectif de cette étude est la prédiction des échanges radiatifs dans un four chauffé par la combustion de particules solides pulvérisées. La prédiction des transferts radiatifs dans un four cylindrique siège de la combustion du charbon pulvérisé constitue l'objectif direct de ce travail. Cette étude est réalisée par la résolution de l'Equation de Transfert Radiatif à partir de laquelle on obtient les distributions du flux radiatif et de sa divergence dans le domaine d'étude. A cause de sa nature intégrro-différentielle et sa complexité mathématique, la solution analytique de l'équation de transfert radiatif n'est possible que dans des conditions très simples: milieu gris, isotherme, non diffusif et avec des coefficients d'absorptions constants et uniformes. Cette complexité nous a orienté vers la résolution numérique de cette équation. Les méthodes numériques les plus utilisées dans le couplage du rayonnement thermique avec les codes CFD sont essentiellement les méthodes d'approximation de la solution. Vu ses avantages par rapport aux autres méthodes, la Méthode des Volumes Finis est adoptée dans ce travail. Discrétisée en coordonnées cylindriques, cette méthode a été implémentée et appliquée à des cas tests de validations. Les résultats obtenus ont montré l'efficacité de cette méthode. Ensuite, nous avons appliqué cette méthode à un cas test expérimental réel d'un prototype d'un brûleur d'une turbine à gaz. Nous avons présenté pour cette application le flux net incident sur les parois latérales du brûleur et la distribution du terme source radiative dans le prototype.

Dans les milieux particuliers, qui sont couramment rencontrés dans plusieurs applications industrielles de combustion, les particules solides joueront un rôle important dans le transfert radiatif. La contribution de la phase particulaire est analysée en résolvant l'Equation de Transfert Radiatif dans un milieu diphasique. L'effet radiatif de ces particules est illustré à l'aide d'une étude paramétrique qui présente l'effet des propriétés radiatives et

de la distribution des particules dans le milieu sur le flux radiatif et sur le champ de température. Ces effets sont présentés dans le cas d'un jet axisymétrique d'un mélange gaz/particules dans un canal cylindrique. En plus de l'importance du mode de transfert par rayonnement, cette étude a montré que la diffusion homogénéise la température dans le milieu et réduit le flux radiatif axial. Cette étude a illustré également l'effet de la distribution des particules. En effet les résultats obtenus montrent que la température diminue avec la vitesse d'injection. Cette diminution est due à l'accroissement du temps de séjour des particules qui augmente les transferts dans le milieu et vers les parois.

Dans les systèmes industriels, les propriétés radiatives des produits de combustion, particulièrement le dioxyde de carbone CO_2 et la vapeur d'eau H_2O , varient fortement avec la longueur d'onde et avec la température. Ainsi, le transfert radiatif deviendra un transfert spectral et l'hypothèse d'un milieu gris dans ces applications industrielles est mise en défaut. Il est alors important d'étudier le transfert radiatif dans ces milieux à l'aide d'une analyse spectrale pour obtenir des prédictions précises et plus réalistes. Devant un grand éventail de modèles spectraux, la simplicité, la précision satisfaisante et la rapidité du modèle WSGG nous ont incité à l'utiliser pour étudier le rayonnement thermique dans un milieu non gris à travers son couplage avec la MVF. Les résultats de validation obtenus pour cinq cas de validation ont montré que ce modèle présente une précision acceptable. Dans ces validations nous avons mis en évidence le comportement non gris du milieu lorsque nous avons comparé les flux radiatifs et les termes sources obtenus pour un milieu non gris avec ceux calculés lorsque le milieu est supposé gris. Nous avons présenté également l'effet de la fonction de phase et de l'albédo de diffusion lorsque le milieu est diffusant. Ensuite nous avons appliqué le modèle WSGG à un prototype d'un brûleur d'une turbine à gaz. Les prédictions du flux radiatif incident sur la paroi latérale du brûleur montrent que les résultats présentent un bon accord avec les mesures expérimentales, particulièrement à l'entrée du prototype.

Enfin, nous avons appliqué notre code numérique à une configuration générale de combustion qui correspond à un réacteur cylindrique siège de la combustion de particules de charbon en jet pulvérisé. Nous avons alors présenté les prédictions du flux radiatif incident sur la paroi latérale du réacteur, ainsi que la distribution du terme source radiative à l'intérieur de la chambre de combustion. Les résultats obtenus ont montré que les particules solides jouent un rôle important dans le transfert, particulièrement lors de la

détermination du terme source radiative, qui est un terme très important dans le couplage du transfert radiatif avec l'équation de l'énergie. Les résultats ont montré également que les fluctuations des températures présentent un effet important sur la distribution du terme source radiative, ce qui traduit la nécessité du couplage entre le transfert radiatif et la turbulence lorsqu'il s'agit des calculs des écoulements réactifs turbulents.

Perspectives :

Dans ce travail nous avons étudié le rayonnement thermique dans une configuration cylindrique axisymétrique qui se réduit à un cas bidimensionnel. Le couplage du rayonnement avec l'écoulement a été réalisé dans un cas laminaire. Cette étude peut alors s'ouvrir sur plusieurs perspectives :

- Application de la MVF dans des configurations géométriques plus complexes.
- Implémentation de la méthode dans le cas tri-dimensionnel.
- Utilisation d'autres modèles spectraux dans l'analyse du comportement non gris du milieu, tels que le modèle SLW ou le modèle FSK qui sont plus précis que le modèle WSGG.
- Couplage du rayonnement avec l'écoulement dans un jet turbulent, couramment rencontré, et analyse de l'interaction rayonnement/turbulence.

Références Bibliographiques

Références Bibliographiques

- Adzerikho KS, Nogotov EF, Trofimov VP (1993) Radiative heat transfer in two-phase media. CRC Press.
- Baek SW, Kim MY (1997) Modification of the discrete ordinates method in an axisymmetric cylindrical geometry. Numerical Heat Transfer (part B), 31: 313-326.
- Baek SW, Lee HJ (2002) An unsteady conduction and two-phase radiation in a 2-d rectangular enclosure with gas and particles. Numerical Heat Transfer, 41: 285-305.
- Baillis D, Arduini-Schuster M, Sacadura JF (2002) Identification of spectral radiative properties of polyurethane foam from hemispherical and bi-directional transmittance and reflectance measurements. Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, 73: 297-306.
- Bayazitoglu Y, Higenyi J (1979) The higher-order differential equations of radiative transfer : P3 approximation. AIAA Journal, 17: 424-431.
- Briggs LL, Miller WF, Jr., Lewis EE (1975) Ray-effect mitigation in discrete ordinate like angular finite element approximations in neutron transport. Nuclear Science Engineering, 57: 205-217.
- Butler BW (1992) An experimental evaluation of radiant energy transport in particle-laden flames. Ph.D. dissertation, department of mechanical engineering, Brigham Young University, Provo, Utah.
- Carlson BG, Lathrop KD (1968) Transport theory - the method of discrete ordinates. in Computing Methods in Reactor Physics, Greenspan, H., Kelber, C. N., and Okrent, D., (Eds.), chap. 5, pp. 165-266, Gordon and Breach, New York.
- Chai JC, Lee HS, Patankar SV (1993) Ray effect and false scattering in the discrete ordinates method. Numerical Heat Transfer (Part B), 24: 373-359.
- Chai JC, Lee HS, Patankar SV (1994) Finite volume method for radiation heat transfer. Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 8: 419-425.
- Chai, J. C., Moder, J. P., and Parthasarathy, G., (1996) Radiation heat transfer in three-dimensional irregular geometries. 31st AIAA Thermophysics Conference, New Orleans, AIAA 96-1889.
- Chandrasekhar S (1960) Radiative transfer, Dover Publication, New York.
- Cheong KB, Song TH (1996) Interpolation method for numerical solution of the discrete ordinates equations. Proceedings of the 3rd KSME-JSME Thermal Engineering Conference, Kyongju, Korea, 325-332.
- Chin JH, Churchill SW (1965) Anisotropic, multiply scattered radiation from an arbitrary, cylindrical source in an infinite slab. ASME Journal of Heat Transfer, 87: 167-172.
- Chui EH, Raithby GD (1993) Computation of radiant heat transfer on nonorthogonal mesh using the finite volume method. Numerical Heat Transfer, 23: 269-288.
- Chui EH, Raithby GD, Hughes PM J (1992) Prediction of radiative transfer in cylindrical enclosures with the finite-volume method. AIAA Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 6(4): 605-611.

- Chui EH., Hughes PM J, Raithby GD (1993) Implementation of the finite- volume method for calculating radiative transfer in a pulverized fuel flame. *Combustion Science and Technology*, 92: 225-242.
- Coelho PJ (2002) Numerical simulation of radiative heat transfer from non-gray gases in three-dimensional enclosures. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative*, 74: 307-328.
- CoelhoPJ, Teerling OJ , Roekaerts D (2003) Spectral radiative effects and turbulence/radiation interaction in a non-luminous turbulent jet diffusion flame. *Combustion and Flame*, 133: 75-91.
- Davison B (1958) *Neutron transport theory*, Oxford University Press, London.
- Denison MK, Webb BW. (1995) The spectral line-based weighted-sum-of-gray-gases model in non-isothermal non-homogeneous media. *Journal of Heat Transfer*; 117: 359-365.
- Dua SS, Cheng P (1975) Multidimensional radiative transfer in non-isothermal cylindrical media with non-isothermal bounding walls. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 18: 245-249.
- Eatough CN (1991) *Controlled-Profile Reactor design and combustion measurements*. Ph.D. dissertation, department of mechanical engineering, Brigham Young University, Provo, Utah.
- Echigo R, Hasegawa S, Tamehiro H (1975) Composite heat transfer in a pipe with thermal radiation of two-dimensional propagation in connection with the temperature rise in flowing medium upstream from heating section. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 18: 1149-1159.
- Farag IH, Allam TA (1981) Gray-gas approximation of carbon dioxide and standard emissivity. *Journal of Heat Transfer*, 103: 403-405.
- Farias TL, Carvalho MG (1998) Radiative heat transfer in soot-containing combustion systems with aggregation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 41, 2581-2587.
- Fiveland WA (1982) A discrete-ordinates method for predicting radiative heat transfer in axisymmetric enclosure. *ASME Paper* 82-HT-20.
- Fiveland WA (1984) Discrete-ordinates solutions of transport equation for rectangular enclosure. *ASME Journal of Heat Transfer*, 106: 699-706.
- Fiveland WA (1988) Three-dimensional radiative heat-transfer solutions by the discrete-ordinates method. *AIAA Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 2: 309-316.
- Fiveland WA, Jamaluddin AS (1991) Three-Dimensional Spectral Radiative Heat Transfer Solutions by the Discrete-Ordinates Method. *AIAA Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 5: 335-339.
- Fiveland WA, Jessee JP (1994) Finite element formulation of the discrete-ordinates method for multidimensional geometries. *AIAA Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 8: 426-433.
- Fiveland WA, Wessel RA (1988) Numerical model for predicting performance of three-dimensional pulverized-fuel fired furnaces. *ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 110: 117-126.
- Goody RM, West R, Chen L, Chrisp D (1989) The correlated-k method for radiation calculations in nonhomogeneous atmospheres. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative*, 42: 539-550.
- Gosman AD, Lockwood FC (1972) Incorporation of a flux model for radiation into a finite-difference procedure for furnace calculations. 14th Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh, PA, 661-671.
- Gosman AD, Lockwood FC, Megahed IE.A, Shah NG (1980) The prediction of the flow, reaction, and heat transfer in the combustion chamber of a glass furnace. *AIAA 18th Meeting on Aerospace Sciences*, California.
- Gupta RP, Wall TF, Truelove JS (1983) Radiative scatter by fly ash in pulverized-coal-fired furnaces : application of the Monte Carlo method to anisotropic scatter. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 26 (11): 1649-1660.

- Heap MP, Lowes TM, Walmsley R, Bartelds H, Lavaguerese P (1977) Further furnace investigations and the evaluation of the radiative heat transfer models. International Flame Research Foundation, Doc. Nr. F 37/a/4.
- Hottel HC, Cohen ES (1958) Radiant heat exchange in a gas-filled enclosure: allowance for nonuniformity of gas temperature. American Institute of Chemical Engineers Journal, 4: 3-14.
- Hottel HC, Sarofim AF (1967) Radiative transfer, McGraw-Hill, Inc., New York.
- Howell JR, Perlmutter M (1964a) Monte Carlo solution of thermal transfer through radiant media between gray walls. ASME Journal of Heat Transfer, 86: 116-122.
- Howell JR, Perlmutter M (1964b) Monte Carlo solution of radiant heat transfer in a nongray nonisothermal gas with temperature dependent properties. American Institute of Chemical Engineers Journal, 10(4): 562-567.
- Jamaluddin AS, Smith PJ (1988a) Predicting radiative transfer in rectangular enclosures using the discrete ordinates method. Combustion Science and Technology, 59: 321-340.
- Jamaluddin AS, Smith PJ (1988b) Predicting radiative transfer in axisymmetric cylindrical enclosures using the discrete ordinates method. Combustion Science and Technology, 62: 173-186.
- Jeans JH (1917) The equation of radiative transfer of energy. Monthly Notices Royal Astronomical Society, 78: 28-36.
- Jendoubi S, Lee HS, Kim TK (1993) Discrete ordinates solutions for radiatively participating media in a cylindrical enclosure. Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 7: 213-219.
- Jeng SM, Faeth GM (1984) Radiative heat fluxes near turbulent buoyant methane diffusion flames. ASME Journal of Heat Transfer, 106: 886-888.
- Joseph D (2004) Modélisation des transferts radiatifs en combustion par méthode aux ordonnées discrètes sur des maillages non structures tridimensionnels. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse.
- Kaplan CR, Baek SW, Oran ES, Ellzey JL (1994) Dynamics of a strongly radiating unsteady ethylene jet diffusion flame. Combustion and Flame, 96: 1-21.
- Kaviany M, Singh BP (1993) Radiative heat transfer in porous media. Advances in Heat Transfer, 23: 133-186.
- Kayakol N (1998) Discrete transfer and discrete ordinates methods for radiative heat transfer in furnaces. Ph.D. dissertation, The Middle East Technical University.
- Kayakol N, Selçuk N, Campbell I, Gülder OL (2000) Performance of the discrete ordinates method in a gas turbine combustor simulator. Experimental Thermal and Fluid Science, 21: 134-141.
- Khalil EE, Truelove JS (1977) Calculation of radiative heat transfer in a large gas fired furnace. Letters in Heat and Mass Transfer, 4: 353-365.
- Kim KM, Lee HJ, Baek SW (1999) Analysis of two-phase radiation in thermally developing Poiseuille flow. Numerical Heat Transfer, 36: 489-510.
- Kim MY (1998) Combustion Characteristics in a Three-Dimensional Gas-Fired Combustion Chamber with Radiation Effect. Ph.D. dissertation, faculty of the Korea Advanced Institute of Science and Technology.
- Kim OJ, Song TH (2000) Data base of WSGGM based spectral model for radiation properties of combustion products. Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, 64: 379-394.
- Kim SH, Huh KY (1999) Assessment of the finite volume method and the discrete ordinate method for radiative heat transfer in a three dimensional rectangular enclosure. Numerical Heat Transfer, 35: 85-112.

- Kim TK, Lee HS (1988) Effect of anisotropic scattering on radiative heat transfer in two-dimensional rectangular enclosures. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 31: 1711-1721.
- Kim TK, Lee HS (1989) Radiative transfer in two-dimensional anisotropic scattering media with collimated incidence. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 42: 225-238.
- Kim TK, Menart JA, Lee HS (1991) Non-gray radiative gas analyses using the S-N discrete ordinates method. *Journal of Heat Transfer*, 113: 946-952.
- Kim TY, Baek SW (1991) Analysis of combined conductive and radiative heat transfer in a two-dimensional rectangular enclosure using the discrete ordinates method. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 34: 2265-2273.
- Kim TY, Baek SW (1992) Axisymmetric analysis of thermally developing poiseuille flow with radiation. *Proceedings of the 3rd UK National Conference Incorporating 1st European Conference on Thermal Science*, 1: 675-681.
- Kim TY, Baek SW (1996) Thermal development of radiatively active pipe flow with nonaxisymmetric circumferential convective heat loss. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 39: 2969-2976.
- Kobiyama M (1986) A study on the reduction of computing time of the monte carlo method applied to the radiative heat transfer. *Bulletin of the Japan Society of Mechanical Engineers*, 29 (255): 3000-3006.
- Lacis AA, Oinas V (1991) A description of the correlated k distributed method for modeling non-gray gaseous absorption, thermal emission, and multiple scattering in vertically inhomogeneous atmospheres. *Journal of Geophysical Research*, 96: 9027-9063.
- Leckner B (1972) Spectral and total emissivity of water vapour and carbon dioxide. *Combustion and Flame*, 19: 33-48.
- Lee HS, Menart JA and Fakheri A (1990) A multilayer radiation solution for boundary layer flow of gray gases. *Journal of Thermophysics and heat transfer*, 4: 180-185.
- Li G and Modest MF (2002) Application of composition PDF methods in the investigation of turbulence-radiation interactions. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 73: 461-472.
- Li G and Modest MF (2003) Importance of turbulence-radiation interactions in turbulent diffusion jet flames. *Journal of Heat Transfer*, 125: 831-838.
- Liu F (1999) Numerical solutions of three-dimensional non-grey gas radiative transfer using the statistical narrow-band model. *Journal of Heat Transfer*, 121: 200-203.
- Liu F, Smallwood GJ, Gulder OL (2000) Application of the statistical narrow-band correlated-k method to low-resolution spectral intensity and radiative heat transfer calculations effects of the quadrature scheme. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 43: 3119-3135.
- Liu J, Tiwari SN (1994) Investigation of radiative transfer in nongray gases using a narrow band model and monte carlo simulation. *ASME Journal of Heat Transfer*, 116: 160-166.
- Lockwood FC, Shah NG (1981) A new radiation solution method for incorporation in general combustion prediction procedures. 18th Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh, PA, 1405-1409.
- Ludwig CB, Malkmus W, Reardon JE, Thompson JAL (1973) Handbook of infrared radiation from combustion gases. Technical Report NASA SP-3080, Washington, DC.
- Marakis JG, Papapavlou C, Kakaras E (2000) A parametric study of radiative heat transfer in pulverized coal furnaces. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 43: 2961-2971.
- Menart JA, Lee HS, Kim TK (1993) Discrete ordinates solutions of non gray radiative transfer with diffusely reflecting walls. *Journal of Heat Transfer*, 115: 184-193.

- Menguc MP, Viskanta R (1985) Radiative transfer in three-dimensional rectangular enclosures containing inhomogeneous anisotropically scattering media. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* 33(6): 533-549.
- Menguc MP, Viskanta R (1986) Radiative transfer in axisymmetric, finite cylindrical enclosures. *ASME Journal of Heat Transfer*, 108: 108-276.
- Mengüç MP, Viskanta R (1987) A sensitivity analysis for radiative heat transfer in a pulverized coal-fired furnace. *Combustion Science and Technology*, 51: 51-74.
- Minkowycz WJ, Sparrow EM (2003) *Advances in numerical heat transfer*, Vol 2. Taylor & Francis
- Moder JP, Chai JC, Parthasarathy G, Lee HS, Patankar SV (1996) Nonaxisymmetric radiative transfer in cylindrical enclosures. *Numerical Heat Transfer (Part B)*, 30: 437-452.
- Modest MF (1991) The weighted-sum-of-gray-gases model for arbitrary solution methods in radiative transfer. *Journal of Heat Transfer*, 113: 650-656.
- Modest MF (2003) *Radiative heat transfer*, 2nd edition. Academic Press
- Modest MF, Zhang H (2002) The full-spectrum correlated-k distribution for thermal radiation from molecular gas-particulate mixtures. *ASME Journal of Heat Transfer*, 124: 30-38.
- Nunes EM, Naraghi MHN (1998) Numerical model for radiative heat transfer analysis in arbitrarily shaped gaseous media. *Numerical Heat Transfer (part A)*, 33: 495-513.
- Ozisik MN (1973) *Radiative transfer and interactions with conduction and convection*. New York: Wiley.
- Park JH, Baek SW, Kwon SJ (1998) Analysis of a gas particle direct contact heat exchanger with two phase radiation effect. *Numerical Heat Transfer*, 33: 701-721.
- Patankar SV (1980) *Numerical heat transfer*. Hemisphere, Philadelphia, Pa.
- Pessoa-Filho JB and Cotta RM (1996) Thermal radiation from solid-propellant rocket exhaust plumes. *International Journal of Heat and Technology*, 14: 21-44.
- Pfefferkorn FE, Incropera FP, Shin YC (2005) Heat transfer model of semi-transparent ceramics undergoing laser-assisted machining. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48: 1999-2012.
- Pierrot L, Rivière Ph, Soufiani A, Taine J (1999a) A fictitious-gas-based absorption distribution function global model for radiative transfer in hot gases. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 62 :609-624.
- Pierrot L, Soufiani A, Taine J (1999b) Accuracy of narrow-band and global models for radiative transfer in H₂O, CO₂, and H₂O-CO₂ mixtures at high temperature. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 62 :523-548.
- Queiroz M and Webb BW (1996) Particulate behavior in a controlled-profile reactor coal-fired reactor : a study of coupled turbulent particle dispersion and thermal radiation transport. DOE-PC-91308 final report, Brigham Young University, Provo, UT 84602.
- Raithby GD (1999) Evaluation of discretization errors in finite volume radiant heat transfer predictions. *Numerical Heat Transfer (Part B)*, 36:241-264.
- Raithby GD, Chui EH (1990) A finite volume method for predicting radiant heat transfer in enclosures with participating media. *Journal of Heat Transfer*, 112: 415-423.
- Ratzel AC, Howell JR (1983) Two-dimensional radiation in absorbing- emitting media using the P-N approximation. *ASME Journal of Heat Transfer*, 105: 333-340.
- Rivière Ph, Langlois S, Soufiani A, Taine J (1995) An approximate database of H₂O infrared lines for high temperature applications at low resolution statistical narrow-band parameters. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 53: 221-234.

- Schuster A (1905) Radiation through a foggy atmosphere. *The Astrophysical Journal*, 21: 1-22.
- Schwarzschild K (1906) Equilibrium of the sun's atmosphere, *Nachr. Ges. Wiss. Gottingen Math.-Phys. Klasse* 1: 41-53.
- Selçuk N, Kirbas G (2000) The Method of Lines Solution of the Discrete Ordinates Method for Radiative Heat Transfer in Enclosures. *Numerical Heat Transfer*, 37: 379-392.
- Shirolkar JS and Queiroz M (1993) Parametric evaluation of a particle dispersion submodel used in a two-dimensional, pulverized-coal combustion code. *Energy & Fuels*, 7: 919-927.
- Siegel R, Howell JR (1981) *Thermal radiation heat transfer*, 2nd edition. McGraw-Hill
- Smith TF, Shen ZF, Fridman JN (1982) Evaluation of coefficients for the weighted sum of gray gases model. *Journal of Heat Transfer*, 104: 602-608.
- Solovjov VP, Webb BW (2005) The cumulative wavenumber method for modeling radiative transfer in gas mixtures with soot. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative transfer*, 93: 273-287.
- Song TH, Viskanta R (1987) Interaction of radiation with turbulence: application to a combustion system. *AIAA Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 1: 56-62.
- Soufiani A, Taine J (1997) High temperature gas radiative property parameters of statistical narrow-band model for H₂O, CO₂ and CO, and correlated-K model for H₂O, CO₂. Technical note in *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40 :987-991.
- Steward FR, Cannon P (1971) The calculation of radiative heat flux in a cylindrical furnace using the Monte Carlo Method. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 14 (2): 245-262.
- Ströhle J, Coelho PJ (2002) On the application of the exponential wide band model to the calculation of radiative heat transfer in one- and two-dimensional enclosures. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45: 2129-2139.
- Strohle J, Schnell U, Hein KRG (2003) Optimisation of correlated k method for non grey radiative transfer calculations in multidimensional enclosures. *Proceedings of Euroterm 73 on Computational Thermal Radiation in Participating Media*, Edt., Lybaerts, P., Feldheim, V. Lemonnier, D. and Selcuk, N., pp.119-128, Mons, Belgium, 15-17.
- Trivic DN (2004) Modeling of 3-D non-gray gases radiation by coupling the finite volume method with weighted sum of gray gases model. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47: 1367-1382.
- Truelove JS (1976) A mixed grey gas model for flame radiation. United Kingdom Atomic Energy Authority Report, AERE-R-8494, Harwell.
- Truelove JS (1987) Discrete-ordinate solutions of the radiation transport equation. *ASME Journal of Heat Transfer*, 109: 1048-1051.
- Truelove JS (1988) Three-dimensional radiation in absorbing-emitting-scattering media using the discrete-ordinate approximation. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 39: 27-31.
- Viskanta R, Mengüç MP (1987) Radiation heat transfer in combustion systems. *Progress in Energy and Combustion Science*, 13: 97-160.
- Walters DV, Buckius RO (1992) Rigorous development for radiation heat transfer in nonhomogeneous absorbing, emitting and scattering media. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 35: 3323-3333.
- Wu HL, Fricker N (1971) An investigation of the behaviour of swirling jet flames in a narrow cylindrical furnaces. IFRF, 2nd Members Conference, Ijmuiden, The Netherlands.
- Yang SS, Song TH (1999) An improved WSGGM based narrow band model for the CO₂ 4.3 μ m band. *International Journal of Thermal Sciences*, 38: 228-238.

Yu MJ, Baek SW, Park JH (2000) An extension of the weighted sum of gray gases non-gray gas radiation model to a two phase mixture of non-gray gas with particles. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 43: 1699-1713.

Zhang H, Modest MF (2002) A multi-scale full-spectrum correlated-k distribution for radiative heat transfer in inhomogeneous gas mixtures. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 73: 349-360.

Annexes

Annexe A1

Concentrations du CO₂ dans le prototype (%) (Kayakol, 1998)

0,08	3,19	3,07	3,60	3,60	4,61	4,10	4,53	4,83	4,69	4,69	4,69	4,69	4,69
0,08	3,19	3,07	3,60	3,60	4,61	4,10	4,53	4,83	4,69	4,69	4,69	4,69	4,69
0,72	5,91	5,67	5,80	5,38	5,73	5,79	5,77	5,97	5,94	5,94	5,94	5,94	5,94
4,57	6,43	7,12	7,02	6,84	7,11	6,90	6,87	6,99	6,80	6,80	6,80	6,80	6,80
4,57	6,43	7,12	7,02	6,84	7,11	6,90	6,87	6,99	6,80	6,80	6,80	6,80	6,80
5,37	7,00	7,75	7,90	7,69	7,87	7,86	7,73	7,79	7,48	7,48	7,48	7,48	7,48
5,32	6,76	8,10	8,36	8,24	8,40	8,47	8,35	8,38	8,16	8,16	8,16	8,16	8,16
5,14	6,11	8,37	8,66	8,62	8,74	8,97	8,84	8,90	8,62	8,62	8,62	8,62	8,62
5,14	6,11	8,37	8,66	8,62	8,74	8,97	8,84	8,90	8,62	8,62	8,62	8,62	8,62
4,92	5,18	8,05	8,61	8,78	8,78	9,07	9,15	9,26	9,04	9,04	9,04	9,04	9,04
4,77	4,13	7,54	8,76	8,87	8,84	9,21	9,33	9,39	9,28	9,28	9,28	9,28	9,28
2,57	2,88	7,02	8,65	8,81	8,85	9,18	9,43	9,48	9,39	9,39	9,39	9,39	9,39
0,28	2,28	6,80	8,71	8,82	8,84	9,24	9,35	9,44	9,41	9,41	9,41	9,41	9,41

Concentrations du H₂O dans le prototype (%) (Kayakol, 1998)

0,09	7,98	6,08	6,66	6,38	7,38	6,68	7,30	7,42	7,21	7,21	7,21	7,21	7,21
0,09	7,98	6,08	6,66	6,38	7,38	6,68	7,30	7,42	7,21	7,21	7,21	7,21	7,21
1,65	13,43	10,75	9,98	8,93	8,97	8,88	8,94	8,98	8,83	8,83	8,83	8,83	8,83
10,87	14,40	13,43	11,99	11,08	10,98	10,47	10,50	10,34	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00
10,87	14,40	13,43	11,99	11,08	10,98	10,47	10,50	10,34	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00
12,58	14,72	14,46	13,44	12,68	12,31	11,87	11,76	11,36	10,94	10,94	10,94	10,94	10,94
12,46	14,29	14,88	14,40	13,73	13,40	12,93	12,76	12,53	12,07	12,07	12,07	12,07	12,07
12,22	13,31	15,18	14,96	14,73	14,40	13,98	13,69	13,94	12,95	12,95	12,95	12,95	12,95
12,22	13,31	15,18	14,96	14,73	14,40	13,98	13,69	13,94	12,95	12,95	12,95	12,95	12,95
11,79	11,83	15,00	15,48	15,35	14,98	14,64	14,39	14,04	13,70	13,70	13,70	13,70	13,70
11,19	9,79	14,49	15,76	15,72	15,47	15,08	14,48	14,51	14,23	14,23	14,23	14,23	14,23
6,07	7,04	13,89	15,82	15,88	15,65	15,37	15,04	14,85	14,42	14,42	14,42	14,42	14,42
0,07	5,58	13,40	15,93	15,99	15,78	15,34	15,07	14,81	14,56	14,56	14,56	14,56	14,56

Rapports entre les concentrations de H₂O et de CO₂

1,13	2,50	1,98	1,85	1,77	1,60	1,63	1,61	1,54	1,54	1,54	1,54	1,54	1,54
1,13	2,50	1,98	1,85	1,77	1,60	1,63	1,61	1,54	1,54	1,54	1,54	1,54	1,54
2,29	2,27	1,90	1,72	1,66	1,57	1,53	1,55	1,50	1,49	1,49	1,49	1,49	1,49
2,38	2,24	1,89	1,71	1,62	1,54	1,52	1,53	1,48	1,47	1,47	1,47	1,47	1,47
2,38	2,24	1,89	1,71	1,62	1,54	1,52	1,53	1,48	1,47	1,47	1,47	1,47	1,47
2,34	2,10	1,87	1,70	1,65	1,56	1,51	1,52	1,46	1,46	1,46	1,46	1,46	1,46
2,34	2,11	1,84	1,72	1,67	1,60	1,53	1,53	1,50	1,48	1,48	1,48	1,48	1,48
2,38	2,18	1,81	1,73	1,71	1,65	1,56	1,55	1,57	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50
2,38	2,18	1,81	1,73	1,71	1,65	1,56	1,55	1,57	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50
2,40	2,28	1,86	1,80	1,75	1,71	1,61	1,57	1,52	1,52	1,52	1,52	1,52	1,52
2,35	2,37	1,92	1,80	1,77	1,75	1,64	1,55	1,55	1,53	1,53	1,53	1,53	1,53
2,36	2,44	1,98	1,83	1,80	1,77	1,67	1,59	1,57	1,54	1,54	1,54	1,54	1,54
0,25	2,45	1,97	1,83	1,81	1,79	1,66	1,61	1,57	1,55	1,55	1,55	1,55	1,55

Annexe A2

Températures du gaz (K) (Queiroz et Webb, 1996)

0,35	1360,2	1188,5	1452,4	1387,4	1144,5	1165,4	1041,9
0,30	1416,8	1303,7	1483,8	1414,7	1226,2	1242,9	1203,1
0,25	1437,7	1389,5	1494,2	1427,2	1312	1251,3	1226,2
0,20	1458,6	1506,8	1500,5	1444	1322,5	1261,8	1230,4
0,15	1582,2	1575,9	1488	1412,6	1328,8	1270,2	1234,6
0,10	1645	1599	1475,4	1404,2	1324,6	1268,1	1236,6
0,05	1638,7	1588,5	1448,2	1395,8	1320,4	1263,9	1238,7
r(m)							
z(m)	0,15	0,30	0,55	0,70	1,10	1,50	1,90

Annexe A3

Températures des particules (K) (Queiroz et Webb, 1996)

0,35	1360,2	1188,5	1452,4	1387,4	1144,5	1165,4	1041,9	T _{particules} = T _{gaz}
0,30	1416,8	1303,7	1483,8	1414,7	1226,2	1242,9	1203,1	
0,25	1437,7	1389,5	1494,2	1427,2	1312	1251,3	1226,2	
0,20	1334,9	1366,3	1376,7	1364	1294,2	1245,3	1196,5	
0,15	1397,7	1384,9	1382,5	1370,9	1301,2	1246,5	1204,7	
0,10	1404,7	1382,6	1383,1	1372,1	1308,1	1248,8	1205,8	
0,05	1224,4	1341,9	1384,3	1379,1	1310,5	1252,3	1207	
r(m)								
z(m)	0,15	0,30	0,55	0,70	1,10	1,50	1,90	

Annexe A4

Fluctuations sur les mesures des températures des particules (K)
(Queiroz et Webb, 1996)

0,20	30,4	19,5	10,7	6,7	5,3	3,7	2,9
0,15	55,8	25,8	11,1	5,5	4,3	3,0	3,4
0,10	54,2	28,2	11,5	5,3	4,1	3,0	3,0
0,05	32,0	28,4	14,2	7,5	4,2	3,0	3,0
r(m)	0,15	0,30	0,55	0,70	1,10	1,50	1,90
z(m)							

Annexe A5

Densité cumulée du nombre de particules N_p à la position axiale $x=0,30\text{m}$ (Queiroz et Webb, 1996)

Densité du nombre de particules de diamètres $\geq 1\mu\text{m}$		Densité du nombre de particules de diamètres $\geq 10\mu\text{m}$		Densité du nombre de particules de diamètres $\geq 20\mu\text{m}$	
$r(\text{cm})$	N_p (particules/ cm^3)	$r(\text{cm})$	N_p (particules/ cm^3)	$r(\text{cm})$	N_p (particules/ cm^3)
2,51	7515,20	2,51	321,82	2,50	76,53
7,50	17818,00	7,49	625,45	7,46	210,61
12,50	20485,00	12,51	605,45	12,50	193,47
17,52	21879,00	17,49	605,45	17,50	184,90
22,51	18485,00	22,51	501,82	22,50	121,22
27,51	10061,00	27,49	221,82	27,50	29,39
32,50	4969,70	32,51	21,82	32,50	1,22
35,01	2909,10	35,02	3,64	35,00	0,00

Densité cumulée du nombre de particules N_p à la position axiale $x=1,50\text{m}$ (Queiroz et Webb, 1996)

Densité du nombre de particules de diamètres $\geq 1\mu\text{m}$		Densité du nombre de particules de diamètres $\geq 10\mu\text{m}$		Densité du nombre de particules de diamètres $\geq 20\mu\text{m}$	
$r(\text{cm})$	N_p (particules/ cm^3)	$r(\text{cm})$	N_p (particules/ cm^3)	$r(\text{cm})$	N_p (particules/ cm^3)
2,51	6909,10	2,51	87,27	2,50	16,53
7,50	6181,80	7,49	114,55	7,50	24,49
12,50	6969,70	12,51	109,09	12,50	20,20
17,52	9272,70	17,49	116,36	17,50	21,43
22,51	14848,00	22,51	154,55	22,50	31,84
27,51	16061,00	27,49	161,82	27,50	32,45
32,50	9575,80	32,51	85,46	32,50	16,53
35,01	3818,20	35,02	14,55	35,00	1,22

Annexe A6

Tableau 5.1 Distribution de la température du gaz dans le réacteur (K)

Paroi	1294,7	1284,2	1273,7	1263,2	1252,6	1242,1	1231,6	1221,1	1210,5	1200,0	1189,5	1179,0	1168,4	1157,9	1147,4	1136,8	1126,3	1115,8	1105,3
0,375	1384,9	1337,6	1240,3	1242,3	1350,6	1423,2	1398,8	1349,8	1297,7	1242,4	1176,2	1152,3	1170,0	1174,0	1165,8	1155,8	1143,8	1118,6	1072,2
0,325	1418,2	1386,6	1285,3	1286,4	1391,2	1467,1	1429,5	1374,0	1319,8	1268,9	1214,0	1191,0	1199,2	1201,6	1204,5	1195,0	1173,2	1152,7	1132,5
0,275	1451,7	1426,2	1363,9	1365,1	1433,5	1488,4	1450,2	1393,2	1339,5	1297,3	1272,6	1250,5	1231,0	1228,5	1239,3	1230,1	1201,2	1186,8	1197,4
0,225	1487,4	1448,1	1450,6	1448,9	1471,2	1497,2	1459,4	1405,4	1354,5	1321,3	1313,8	1293,0	1258,9	1250,7	1256,4	1247,4	1223,6	1213,7	1224,4
0,175	1530,3	1521,1	1535,1	1520,3	1498,1	1494,4	1452,1	1403,9	1363,5	1337,4	1329,5	1309,8	1278,8	1266,7	1266,9	1257,8	1239,3	1231,5	1234,8
0,125	1572,5	1615,0	1592,0	1559,0	1510,6	1481,8	1434,6	1394,3	1367,6	1346,1	1333,5	1314,9	1290,8	1277,1	1271,6	1262,4	1249,2	1242,3	1239,9
0,075	1599,2	1642,7	1610,7	1567,1	1510,5	1461,9	1420,4	1388,7	1369,4	1350,4	1332,4	1314,7	1297,8	1283,5	1271,8	1262,5	1255,1	1248,6	1242,5
0,025	1608,6	1628,0	1603,4	1558,9	1504,3	1442,8	1412,4	1387,6	1371,4	1353,1	1331,9	1314,9	1302,5	1288,2	1272,2	1262,6	1259,2	1252,8	1243,2
r(m)																			
z(m)	0,05	0,15	0,25	0,35	0,45	0,55	0,65	0,75	0,85	0,95	1,05	1,15	1,25	1,35	1,45	1,55	1,65	1,75	1,85

Tableau 5.2 Distribution de la température des particules dans le réacteur (K)

0,375	1384,9	1337,6	1240,3	1242,3	1350,6	1423,2	1398,8	1349,8	1297,7	1242,4	1176,2	1152,3	1170,0	1174,0	1165,8	1155,8	1143,8	1118,6	1072,2
0,325	1418,2	1386,6	1285,3	1286,4	1391,2	1467,1	1429,5	1374,0	1319,8	1268,9	1214,0	1191,0	1199,2	1201,6	1204,5	1195,0	1173,2	1152,7	1132,5
0,275	1451,7	1426,2	1363,9	1365,1	1433,5	1488,4	1450,2	1393,2	1339,5	1297,3	1272,6	1250,5	1231,0	1228,5	1239,3	1230,1	1201,2	1186,8	1197,4
0,225	1487,4	1448,1	1450,6	1448,9	1471,2	1497,2	1459,4	1405,4	1354,5	1321,3	1313,8	1293,0	1258,9	1250,7	1256,4	1247,4	1223,6	1213,7	1224,4
0,175	1338,1	1366,6	1373,0	1377,4	1378,6	1379,7	1372,6	1360,8	1345,0	1327,0	1307,5	1291,3	1278,8	1265,8	1252,5	1239,8	1227,8	1216,1	1205,1
0,125	1333,7	1401,6	1375,3	1381,0	1380,6	1382,9	1377,0	1365,1	1348,9	1330,7	1312,8	1296,3	1281,5	1267,7	1254,3	1241,4	1229,1	1217,5	1208,1
0,075	1312,9	1314,9	1350,2	1370,5	1379,4	1383,8	1380,8	1369,3	1352,2	1333,9	1317,0	1300,3	1284,0	1269,5	1256,5	1243,4	1230,5	1219,1	1209,8
0,025	1293,8	1256,6	1326,9	1359,3	1376,0	1385,0	1384,0	1373,1	1354,3	1336,1	1319,2	1302,6	1286,1	1271,2	1257,5	1244,5	1232,0	1220,8	1211,0
r(m)																			
z(m)	0,05	0,15	0,25	0,35	0,45	0,55	0,65	0,75	0,85	0,95	1,05	1,15	1,25	1,35	1,45	1,55	1,65	1,75	1,85

Tableau A6-1 Distribution de la densité du nombre de particules de cendre dans le réacteur (particules/cm³)

0,375	2905,46	2905,46	2905,46	2905,46	3803,66	3803,66	3803,66	3803,66	3803,66	3803,66	3803,66	3803,66	3803,66	3803,66	3803,66	3803,66	9200	9200	9200	9200
0,325	4947,88	4947,88	4947,88	4947,88	9490,34	9490,34	9490,34	9490,34	9490,34	9490,34	9490,34	9490,34	9490,34	9490,34	9490,34	9490,34	9200	9200	9200	9200
0,275	9839,18	9839,18	9839,18	9839,18	15899,2	15899,2	15899,2	15899,2	15899,2	15899,2	15899,2	15899,2	15899,2	15899,2	15899,2	15899,2	9200	9200	9200	9200
0,225	17983,2	17983,2	17983,2	17983,2	14693,5	14693,5	14693,5	14693,5	14693,5	14693,5	14693,5	14693,5	14693,5	14693,5	14693,5	14693,5	9200	9200	9200	9200
0,175	21273,5	21273,5	21273,5	21273,5	9156,34	9156,34	9156,34	9156,34	9156,34	9156,34	9156,34	9156,34	9156,34	9156,34	9156,34	9156,34	9200	9200	9200	9200
0,125	19879,5	19879,5	19879,5	19879,5	6860,61	6860,61	6860,61	6860,61	6860,61	6860,61	6860,61	6860,61	6860,61	6860,61	6860,61	6860,61	9200	9200	9200	9200
0,075	17192,5	17192,5	17192,5	17192,5	6067,25	6067,25	6067,25	6067,25	6067,25	6067,25	6067,25	6067,25	6067,25	6067,25	6067,25	6067,25	9200	9200	9200	9200
0,025	7193,38	7193,38	7193,38	7193,38	6821,83	6821,83	6821,83	6821,83	6821,83	6821,83	6821,83	6821,83	6821,83	6821,83	6821,83	6821,83	9200	9200	9200	9200
r(m)																				
z(m)	0,05	0,15	0,25	0,35	0,45	0,55	0,65	0,75	0,85	0,95	1,05	1,15	1,25	1,35	1,45	1,55	1,65	1,75	1,85	

Tableau A6-2 Distribution de la densité du nombre de particules de charbon actif dans le réacteur (particules/cm³)

0,375	3,6364	3,6364	3,6364	3,6364	13,3205	13,3205	13,3205	13,3205	13,3205	13,3205	13,3205	13,3205	13,3205	13,3205	13,3205	13,3	13,3	13,3	13,3
0,325	20,5935	20,5935	20,5935	20,5935	68,924	68,924	68,924	68,924	68,924	68,924	68,924	68,924	68,924	68,924	68,924	13,3	13,3	13,3	13,3
0,275	192,432	192,432	192,432	192,432	129,371	129,371	129,371	129,371	129,371	129,371	129,371	129,371	129,371	129,371	129,371	13,3	13,3	13,3	13,3
0,225	380,6	380,6	380,6	380,6	122,713	122,713	122,713	122,713	122,713	122,713	122,713	122,713	122,713	122,713	122,713	13,3	13,3	13,3	13,3
0,175	420,55	420,55	420,55	420,55	94,931	94,931	94,931	94,931	94,931	94,931	94,931	94,931	94,931	94,931	94,931	13,3	13,3	13,3	13,3
0,125	411,98	411,98	411,98	411,98	88,886	88,886	88,886	88,886	88,886	88,886	88,886	88,886	88,886	88,886	88,886	13,3	13,3	13,3	13,3
0,075	414,84	414,84	414,84	414,84	90,06	90,06	90,06	90,06	90,06	90,06	90,06	90,06	90,06	90,06	90,06	13,3	13,3	13,3	13,3
0,025	245,289	245,289	245,289	245,289	70,742	70,742	70,742	70,742	70,742	70,742	70,742	70,742	70,742	70,742	70,742	13,3	13,3	13,3	13,3
r(m)																			
z(m)	0,05	0,15	0,25	0,35	0,45	0,55	0,65	0,75	0,85	0,95	1,05	1,15	1,25	1,35	1,45	1,55	1,65	1,75	1,85

Tableau A6-3 Distribution de la densité du nombre de particules de charbon brut dans le réacteur (particules/cm³)

0,375	0	0	0	0	1,2245	1,2245	1,2245	1,2245	1,2245	1,2245	1,2245	1,2245	1,2245	1,2245	1,2245	0	0	0	0
0,325	1,2245	1,2245	1,2245	1,2245	16,531	16,531	16,531	16,531	16,531	16,531	16,531	16,531	16,531	16,531	16,531	0	0	0	0
0,275	29,388	29,388	29,388	29,388	32,449	32,449	32,449	32,449	32,449	32,449	32,449	32,449	32,449	32,449	32,449	0	0	0	0
0,225	121,22	121,22	121,22	121,22	31,837	31,837	31,837	31,837	31,837	31,837	31,837	31,837	31,837	31,837	31,837	0	0	0	0
0,175	184,9	184,9	184,9	184,9	21,429	21,429	21,429	21,429	21,429	21,429	21,429	21,429	21,429	21,429	21,429	0	0	0	0
0,125	193,47	193,47	193,47	193,47	20,204	20,204	20,204	20,204	20,204	20,204	20,204	20,204	20,204	20,204	20,204	0	0	0	0
0,075	210,61	210,61	210,61	210,61	24,49	24,49	24,49	24,49	24,49	24,49	24,49	24,49	24,49	24,49	24,49	0	0	0	0
0,025	76,531	76,531	76,531	76,531	16,531	16,531	16,531	16,531	16,531	16,531	16,531	16,531	16,531	16,531	16,531	0	0	0	0
r(m)																			
z(m)	0,05	0,15	0,25	0,35	0,45	0,55	0,65	0,75	0,85	0,95	1,05	1,15	1,25	1,35	1,45	1,55	1,65	1,75	1,85